



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΠΤΕΡΥΓΑΣ ΜΕ ΚΑΜΠΥΛΟΜΕΝΟ ΑΚΡΟΠΤΕΡΥΓΙΟ (WINGLET)

Διπλωματική Εργασία

Ραφαήλ – Άγγελος Α. Εζνεπίδης

Επιβλέπων: Σπύρος Γ. Βουτσινάς, Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, 2014

Περίληψη

Στο παρόν εκπόνημα γίνεται μελέτη της αεροδυναμικής απόδοσης των πτερύγων με καμπυλομένο ακροπτερύγιο (Winglet) έχοντας ως παράμετρο τις διάφορες εφικτές παραλλαγές στην γεωμετρία τους. Για την υπολογιστική προσομοίωση της ροής χρησιμοποιήθηκε η μη μόνιμη μέθοδος των στοιχείων στροβιλότητας. Αρχικά έγινε προσπάθεια να εξακριβωθεί, σε αυτού του είδους τις γεωμετρίες η αξιοπιστία της μεθόδου χρησιμοποιώντας ως μέτρο σύγκρισης πειραματικά αποτελέσματα. Για τον σκοπό αυτό και λόγω της δυσκολίας διεξαγωγής πειράματος, η διαδικασία έγινε αντίστροφα συνεπώς αντλώντας στοιχεία από σχετικό πείραμα, έγινε μελέτη, σχεδιασμός και προσομοίωση τριών ειδών πτερύγων. Έπειτα συγκρίθηκαν η στροβιλότητα και ο λόγος άνωσης προς αντίσταση (L/D) και βγήκαν συμπεράσματα όσον αφορά τις βασικές τιμές των παραμέτρων που επηρεάζουν το πρόβλημα. Τέλος, αξιοποιώντας όλο αυτό το υλικό έγινε η παραμετρική ανάλυση από την οποία προέκυψαν αρκετά ενδιαφέροντα στοιχεία όσον αφορά την γεωμετρία των winglets και το πώς αυτή επηρεάζει την αεροδυναμική του απόδοσης.



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS

SCHOOL OF MECHANICAL ENGINEERING
SECTION OF FLUIDS
LABORATORY OF AERODYNAMICS

AERODYNAMIC EFFICIENCY OF WINGLETS USING VORTEX PARTICLE SIMULATIONS

Diploma Thesis

Raphael - Aggelos A. Eznepidis

Supervisor: Spyros G. Voutsinas, Associate Professor NTUA

Athens, 2014

Abstract

This diploma thesis examines the aerodynamic efficiency of Winglets' with parameter the geometric design. For the computational simulation of the flow, vortex particle methods were used. First was tried to verify, in that kind of geometry, the reliability of the method using for comparison, experimental results. For this purpose and taking into account the difficulty of conducting an experiment, the procedure was inversed consequently using data from a relevant experiment, three kinds of wings were studied, designed and simulated. Afterwards, the vorticity and the lift to drag ratio (L/D) were compared to the experimental and we took some conclusions concerning the basic parameters affecting the problem. In the end, utilizing all this material, the parametric analysis was conducted and through this were raised several interesting aspects about the geometry of winglets and how this affects its aerodynamic efficiency.

Ευχαριστίες

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή κύριο Σ. Βουτσινά ο οποίος μου έδωσε την δυνατότητα να επεκτίνω τις γνώσεις μου στον τομέα της υπολογιστικής ρευστομηχανικής. Το επιστημονικό του υπόβαθρο αλλά και η προθυμία του να βοηθήσει σε οποιαδήποτε δυσκολία παρουσιάστηκε ήταν ένα πολύ σημαντικό στοιχείο για την ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας.

Κυρίως όμως θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον Δρ. Π. Χασαπογιάννη που με βοήθησε σε τεράστιο βαθμό απο την πρώτη κιολας μέρα ενασχόλησής μου με το θέμα. Πάντα ευχάριστος παρόλη την πίεση, απαντούσε σε κάθε μου απορία και χωρίς την συμβολή του θα ήταν σχεδόν αδύνατη η εκπόνηση αυτής της διπλωματικής.

Επίσης θέλω να ευχαριστήσω τα υπόλοιπα παιδιά του εργαστηρίου, τον Νίκο, τον Ηλία και τον Αλέξη καθώς τόσο σε τυχόν απορίες μου όσο και στο να περνά πιο ευχάριστα η ώρα κατα την διάρκεια της εργασίας.

Τέλος ευχαριστώ τους γονείς μου που με στήριζαν και με στηρίζουν με κάθε τρόπο ώστε καταφέρω ό,τι έχω καταφέρει ως σήμερα συμπεριλαμβανομένης και της εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.

Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή.....	10
1.1. Γενικά στοιχεία για τις διαμορφώσεις των ακροπτερυγίων (wingtip devices).....	10
1.2. Οι πτέρυγες με κυρτό άκρο (Winglets) και οι εφαρμογές τους.....	11
1.2.1. Πρώιμες προσπάθειες της NASA.....	11
1.2.2. Εφαρμογές των winglets.....	12
1.2.2.1. Επιβατηγά αεροσκάφη.....	12
1.2.2.2. Περιστρεφόμενα πτερύγια και έλικες.....	12
1.2.2.3. Λοιπές εφαρμογές.....	13
1.3. Στόχος της εργασίας.....	13
2. Επισκόπηση της αριθμητικής μεθόδου στοιχείων στροβιλότητας GENUVP.....	15
2.1. Οι πλεγματικές και οι μη πλεγματικές μέθοδοι.....	15
2.2. Οι βασικές αρχές της μη πλεγματικής μεθόδου GENUVP.....	15
2.3. Οι βασικές εξισώσεις της μεθόδου.....	16
2.3.1. Αναλυτική μορφή.....	16
2.3.2. Αριθμητική μορφή.....	22
2.4. Ο υπολογισμός των φορτίων.....	29
2.5. Η εισαγωγή συνεκτικής διόρθωσης των φορτίων.....	30
3. Ανάλυση του προγράμματος σχεδιασμού των γεωμετρικών πλεγμάτων.....	33
3.1. Εισαγωγή.....	33
3.2. Περιγραφή του σχεδιαστικού προγράμματος για το Winglet 2.....	34
3.3. Περιγραφή του σχεδιαστικού προγράμματος για το HECS I.....	37
3.4. Περιγραφή του σχεδιαστικού προγράμματος για τη Baseline.....	39
4. Σύγκριση των υπολογιστικών αποτελεσμάτων με αντίστοιχα πειραματικά.....	42
4.1. Εισαγωγή.....	42
4.2. Γεωμετρικά δεδομένα.....	42
4.2.1. Η αεροτομή των πτερύγων.....	43
4.2.2. Η γεωμετρία του Winglet 2.....	44
4.2.3. Η γεωμετρία της Baseline.....	45
4.2.4. Η γεωμετρία του HECS I.....	46
4.3. Σύγκριση μεταξύ πειραματικών και υπολογιστικών αποτελεσμάτων.....	47
4.4. Επιπρόσθετα στοιχεία και συμπεράσματα έπι των υπολογιστικών αποτελεσμάτων.....	53
4.4.1. Οι παράμετροι EPSO, EPSVR και NNEVP1.....	53
4.4.2. Η κατανομή της στροβιλότητας σε άλλες θέσεις.....	55
4.4.3. Η χρονική σύγκλιση της μεθόδου.....	57
4.4.4. Σύγκριση με προγενέστερη προσπάθεια αντίστοιχης προσομοίωσης.....	61
4.5. Σύνοψη των αποτελεσμάτων.....	
5. Παραμετρική ανάλυση των πτερύγων με Winglet.....	61
5.1. Σύγχρονες τάσεις σχεδιασμού των Winglets.....	61
5.2. Βασικές παράμετροι σχεδιασμού των Winglets.....	65
5.2.1. Η γωνία toe.....	65
5.2.2. Η γωνία cant.....	66
5.2.3. Η οπισθόκλιση (sweepback).....	66
5.2.4. Η κατανομή συστροφής (twist distribution).....	67
5.2.5. Ο λόγος στένωσης (taper ratio).....	67
5.3. Η παραμετρική ανάλυση των Winglets μέσω του GENUVP.....	68
6. Αποτίμηση της εργασίας.....	74
6.1. Συμπεράσματα.....	74

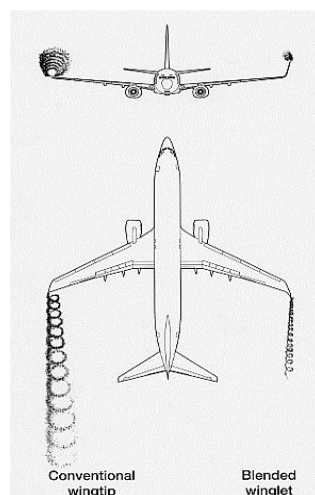
6.2. Προτάσεις για μελλοντική εργασία.....	75
Βιβλιογραφία.....	77

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

1.1 Γενικά στοιχεία για τις διαμορφώσεις των ακροπτερυγίων (wingtip devices)

Η αρχική ιδέα βελτίωσης της γεωμετρίας του ακροπτερυγίου χρονολογείται πίσω στο 1897 όταν ο Άγγλος μηχανικός Frederick W. Lanchester εισήγαγε τις κάθετες πλάκες στα άκρα των πτερύγων (wing end-plates) προκειμένου να ελέγξει τους στροβίλους του ακροπτερυγίου. Λίγο αργότερα, το 1910 στις Ηνωμένες Πολιτείες, ο Σκωτσέζος μηχανικός William E. Somerville, εγκατέστησε τα πρώτα λειτουργικά Winglets στο μονοπλάνο και στο διπλάνο που είχε σχεδιάσει [1].

Οι διαμορφώσεις των ακροπτερυγίων (wingtip devices) γενικά, αλλά και των πτερύγων με κυρτό άκρο (winglets) ειδικότερα, ως επί το πλείστον χρησιμοποιούνται για να βελτιώσουν την αεροδυναμική απόδοση των πτερύγων των αεροσκαφών και συγκεκριμένα του κυρίως σώματος της πτέρυγας και όχι των κινούμενων μερών (flaps, ailerons κ.λπ.). Υπάρχουν αρκετοί τύποι ακροπτερυγίων και παρόλο που έχουν διαφορετικό τρόπο λειτουργίας, στην πλειοψηφία τους στοχεύουν στη μείωση της αντίστασης του αεροσκάφους ανακτώντας στον βαθμό που αυτό είναι εφικτό, μέρος της ενέργειας του στροβίλου του ακροπτερυγίου (Σχήμα 1.1). Τα wingtips μπορούν επίσης να βελτιώσουν τα χαρακτηριστικά ευστάθειας του αεροσκάφους και να μειώσουν τους κινδύνους από καθοδικά ρεύματα που διατρέχουν τα επερχόμενα αεροσκάφη. Τέτοιες διαμορφώσεις αυξάνουν επίσης τον «ουσιαστικό» λόγο επί μήκους (effective aspect ratio) μιας πτέρυγας χωρίς επιπλέον αύξηση του εκπετάσματος που θα μείωνε ενδεχομένως την επαγόμενη αντίσταση, θα αύξανε όμως την παρασιτική και θα απαιτούσε κατασκευαστικά την αύξηση της αντοχής της και επομένως και του βάρους της πτέρυγας που ειδικά σε εφαρμογές αεροσκαφών παίζει πολύ σημαντικό ρόλο.



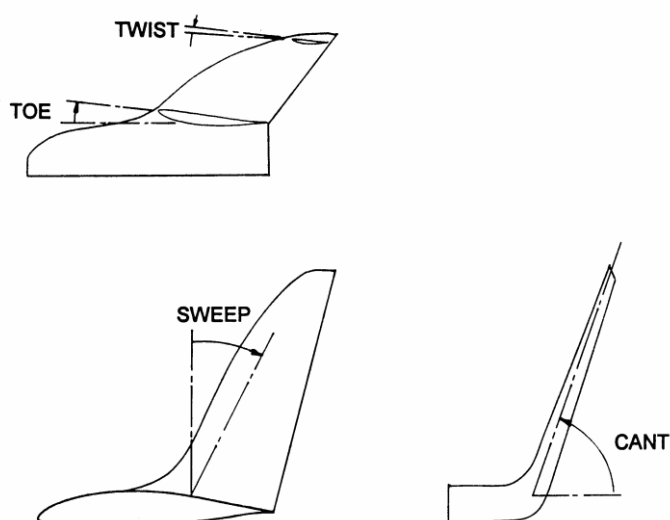
Σχήμα 1.1 Η επίδραση του Winglet στον στρόβιλο του ακροπτερυγίου

Τα wingtip devices αυξάνουν την άνωση που παράγεται στο ακροπτερύγιο εξομαλύνοντας την ροή του αέρα κατά μήκος της πτέρυγας κοντά σε αυτό. Όπως όμως

αναφέρθηκε, μειώνουν και την επαγόμενη αντίσταση και έτσι συνδυαστικά αυξάνουν τον λόγο άνωσης προς αντίσταση (Lift to Drag ή L/D για συντομία) με σημαντικό αντίκτυπο στην μείωση της κατανάλωσης καυσίμου και αύξηση της εμβέλειας στα αεροσκάφη. Τέλος, σε εφαρμογές ανεμόπτερων αυξάνεται και η ταχύτητα πτήσης τους.

1.2 Οι πτέρυγες με κυρτό άκρο (Winglets) και οι εφαρμογές τους

Το 1970, ένας μηχανικός στο ερευνητικό κέντρο NASA's *Langley research center*, ονόματι Richard T. Whitcomb χρησιμοποίησε τον όρο winglet με τη σύγχρονη έννοια, δηλαδή της σχεδόν κάθετης επέκτασης στην άκρη της πτέρυγας. Η γωνία μεταξύ της πτέρυγας και του winglet ή γωνία cant, η προς τα έξω ή προς τα μέσα γωνία toe (Σχήμα 1.2) καθώς και το μέγεθος και το σχήμα του winglet είναι κρίσιμης σημασίας και διαφέρουν ανάλογα την εφαρμογή [2].



Σχήμα 1.2 Βασικές γωνίες των Winglets

Ο στρόβιλος του ακροπτερυγίου, κατά την περιστροφή του, προσπίπτει στην εξωτερική πλευρά του winglet εφαρμόζοντας έτσι μια δύναμη με κατεύθυνση προς τη ρίζα της πτέρυγας και ελαφρώς προς τα μπροστά (δηλαδή με συνιστώσα κατά την ώση). Έτσι, μετατρέπει μία «χαμένη» ενέργεια σε φαινομενική ώση. Αυτή η μικρή συνεισφορά, από την επενδυτική σκοπιά είναι συνήθως κερδοφόρα αφού αντισταθμίζει τα κόστη εγκατάστασης και συντήρησης των winglets.

1.2.1 Πρώιμες προσπάθειες της NASA

Αρχικά ο Richard T. Whitcomb ανέπτυξε περεταίρω το σχέδιο του Hoerner. Με προσεκτικό αεροδυναμικό σχεδιασμό έδειξε ότι τα winglets με σωστές γωνίες και σχήμα μπορούσαν να διατηρήσουν την ίδια ή μικρότερη ροπή κάμψης με μικρότερο εκπέτασμα και

μεγαλύτερη ευστάθεια πτήσης από ότι η κατασκευή με τις επεκτάσεις στο ακροπτερύγιο. Τα σχέδια του Whitcomb δοκιμάστηκαν το 1979-1980 σε πραγματικές πτήσεις στο ερευνητικό κέντρο *Dryden Flight Research Center*. Η πιο αξιοσημείωτη εφαρμογή των winglets από την NASA είναι στο *Boeing 747 Shuttle Carrier Aircraft* τα οποία λόγω της σχεδίασης που είχαν βοηθούσαν περισσότερο στην διαμήκη ευστάθεια παρά στην μείωση της οπισθέλκουσας.

1.2.2 Εφαρμογές των Winglets

1.2.2.1 Επιβατηγά αεροσκάφη

Το 1985 η Boeing ανακοίνωσε μια νέα έκδοση του 747, γνωστή ως το 747-400 με μεγαλύτερη εμβέλεια και χωρητικότητα. Με αυτό το συγκεκριμένο μοντέλο, η Boeing χρησιμοποίησε έναν συνδυασμό από winglets με αυξημένο εκπέτασμα ώστε να δεχθεί τη φόρτιση από το επιπλέον φορτίο. Τα winglets του 747-400 αύξησαν την εμβέλειά του κατά 3.5% σε σχέση με το 747-300 το οποίο κατά τα άλλα είναι αεροδυναμικά ίδιο αλλά δεν έχει winglets. Τα winglets προτιμούνται από την Boeing για παράγωγα σχέδια βασισμένα σε ήδη υπάρχοντα γιατί επιτρέπουν μέγιστη επανεκμετάλλευση των υλικών. Το 2002 η Boeing πέταξε για πρώτη φορά τη νέα γενιά των 737 με winglets τα οποία ακολουθούν το σχήμα της πτέρυγας και δεν είναι μια ξεχωριστή γεωμετρία στην άκρη της, τα λεγόμενα “*blended winglets*” μειώνοντας έτσι την κατανάλωση καυσίμου από 4 έως 6%. Ένα τέτοιο winglet είναι προσκολλημένο στην πτέρυγα αλλά ακολουθεί μία ομαλή καμπύλη και δεν σχηματίζει απότομη γωνία μειώνοντας έτσι την αντίσταση του συνδέσμου μεταξύ winglet και πτέρυγας (interference drag). Μία απότομη εσωτερική γωνία σε αυτή τη περιοχή μπορεί να αλληλεπιδράσει με τη ροή του οριακού στρώματος δημιουργώντας στρόβιλο, μειώνοντας έτσι την αποδοτικότητα του winglet.



Εικόνα 1.1 Blended winglet επιβατηγού αεροσκάφους

1.2.2.2 Περιστρεφόμενα πτερύγια και έλικες

Τα winglets επίσης χρησιμοποιούνται σε περιστρεφόμενα πτερύγια ελίκων, ελικοπτέρων και ανεμογεννητριών (Εικόνα 1.1) για μείωση της αντίστασης, της διαμέτρου, του θορύβου καθώς και για αύξηση της αεροδυναμικής απόδοσης. Επίσης σε εφαρμογές ελικοφόρων αεροσκαφών, μειώνοντας τους στρόβιλους που επάγονται από τα πτερύγια της

έλικας μειώνονται οι ζημιές που προκαλούνται από σκόνη και πέτρες όταν το αεροσκάφος βρίσκεται κοντά στο έδαφος.



Εικόνα 1.2 Εφαρμογές των winglets σε περιστρεφόμενα πτερύγια

1.2.2.3 Λοιπές εφαρμογές

Άλλες εφαρμογές των winglets μπορούν να βρεθούν επίσης σε αεροσκάφη από σύνθετα υλικά, σε αεροσκάφη επιχειρήσεων (π.χ. Learjet) καθώς και σε ανεμόπτερα (gliders). Τέλος πολλές εταιρείες εκμεταλλεύονται την επιφάνειά τους και τη θέση τους για διαφημιστικούς σκοπούς όπως φαίνεται και στην Εικόνα 1.2.

1.3 Στόχος της εργασίας

Στόχος της παρούσης διπλωματικής εργασίας είναι η αεροδυναμική μελέτη πτερύγων με Winglet με τη χρήση στοιχείων στροβιλότητας (ασυμπίεστο μη συνεκτικό ρευστό) και η αξιολόγηση της μεθόδου. Για το σκοπό αυτό θα χρησιμοποιηθεί το λογισμικό GENUVP που έχει αναπτυχθεί στο Εργαστήριο Αεροδυναμικής του Ε.Μ.Π.

Τα επιμέρους βήματα για την επίτευξη αυτού του στόχου είναι τα εξής. Αρχικά πρέπει να γίνει ο σχεδιασμός των πτερύγων λαμβάνοντας υπόψη τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά τους και παραμετροποιώντας τα κατάλληλα. Το GENUVP αρχικά επιλύει τη ροή με την παραδοχή μη συνεκτικού ρευστού. Έπειτα πρέπει να εισαχθούν οι καμπύλες των αεροδυναμικών χαρακτηριστικών της αεροτομής (C_L και C_D) ώστε να γίνουν οι συνεκτικές διορθώσεις. Οι καμπύλες αυτές υπολογίζονται με την επίλυση της συνεκτικής ροής της αεροτομής μέσω του λογισμικού XFOIL χρησιμοποιώντας σε κάθε περίπτωση τον αντίστοιχο αριθμό Reynolds. Η αξιολόγηση της μεθόδου γίνεται με απ'ευθείας σύγκριση με τα πειραματικά αποτελέσματα από την τεχνική έκθεση του πειράματος “*Aerodynamic Comparison of Hyper-Elliptic Cambered Span (HECS) Wings with Conventional Configurations*” των Barry S. Lazos και Kenneth D. Visser [2002]. Τέλος, έχοντας εξασφαλίσει ότι η πρόλεξη είναι αξιόπιστη μπορούμε να κάνουμε μία παραμετρική ανάλυση για μία περίπτωση πτέρυγας με winglet.

Κεφάλαιο 2: Επισκόπηση της αριθμητικής μεθόδου στοιχείων στροβιλότητας GENUVP

2.1. Οι πλεγματικές και οι μη πλεγματικές μέθοδοι

Για τη μελέτη των ρευστομηχανικών προβλημάτων υπάρχουν τόσο στη βιβλιογραφία όσο και στην αγορά, αρκετές μεθοδολογίες. Διαφέρουν μεταξύ τους ως προς το βαθμό της λεπτομέρειας με την οποία περιγράφουν το πρόβλημα και τη λύση του, ενώ μπορεί να συμπεριλαμβάνουν ή όχι φαινόμενα συμπίεσότητας και συνεκτικότητας της ροής. Ένας βασικός διαχωρισμός των μεθόδων γίνεται ανάμεσα σε πλεγματικές και μη πλεγματικές μεθόδους. Στις πλεγματικές μεθόδους η περιγραφή του πεδίου ροής προϋποθέτει την κάλυψη ολόκληρου του πεδίου ροής με τριδιάστατο πλέγμα ενώ στις μη πλεγματικές το πλέγμα δεν καλύπτει ολόκληρο το πεδίο ροής, αλλά περιορίζεται στην κάλυψη της γεωμετρίας που εξετάζεται. Οι μη πλεγματικές μέθοδοι είναι απλούστερες και λιγότερο απαιτητικές σε υπολογιστική ισχύ αυτό δεν σημαίνει όμως ότι είναι πάντοτε προτιμότερες, καθώς τα φαινόμενα συμπίεσότητας δεν λαμβάνονται υπόψη και τα φαινόμενα συνεκτικότητας εισάγονται σε κάποιο βαθμό τεχνητά, ως διορθώσεις όπως αναφέρθηκε στην εισαγωγή.

Επομένως, σε προβλήματα όπου εμφανίζονται έντονα συνεκτικά (αποκόλληση της ροής) ή συμπεσστά φαινόμενα (κύματα κρούσης), είναι συχνά προτιμότερη η χρήση πλεγματικών μεθόδων.

2.2. Οι βασικές αρχές της μη πλεγματικής μεθόδου GENUVP

Η μη πλεγματική αριθμητική μέθοδος GENUVP είναι πρωτότυπη και έχει αναπτυχθεί σε στο εργαστήριο Αεροδυναμικής του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου. Βασίζεται στο διαχωρισμό του πεδίου ταχύτητας σύμφωνα με το θεώρημα διαχωρισμού του Helmholtz. Χρησιμοποιείται μικτή διατύπωση πηγών και διπόλων για τα ανωστικά σώματα, ενώ βασικό χαρακτηριστικό είναι η δυνατότητα παραγωγής ελεύθερου ομόρρου. Η στροβιλότητα του ομόρρου αναπαρίσταται από σημειακές δίνες οι οποίες απελευθερώνονται σε κάθε χρονικό βήμα και στη συνέχεια μετακινούνται κατάντι της ροής με την ταχύτητα του πεδίου ροής.

Η μέθοδος επιλύει ροή θεωρώντας τη ασυμπίεστη και μη συνεκτική. Η γεωμετρία αναπαρίσταται με τριδιάστατο πλέγμα στην επιφάνεια των σωμάτων, πάνω στο οποίο τοποθετούνται κατανομές πηγών και διπόλων. Η ροή αναπαρίσταται μέσω της συνάρτησης δυναμικού και με χρήση των θεωρημάτων Helmholtz και Green. Άγνωστοι του συστήματος είναι οι εντάσεις των ιδιομορφιών, οι οποίες υπολογίζονται από την επίλυση εξίσωσης Laplace για το δυναμικό της ροής, με συνθήκες Dirichlet ή Neumann. Συνήθως τα περύγια θεωρούνται λεπτές ανωστικές επιφάνειες και αναπαρίστανται από επιφανειακή κατανομή δινοπλεγμάτων (Vortex Lattice). Στην επιφάνεια του σώματος η επίλυση του προβλήματος της ροής γίνεται είτε μέσω της μεθόδου άμεσης διατύπωσης, είτε της διατύπωσης πηγών-διπόλων.

Το αποβαλλόμενο φύλλο στροβιλότητας των ανωστικών σωμάτων παριστάνεται είτε ως λεπτή επιφάνεια που απαρτίζεται από πλέγμα δινοσωλήνων (Vortex Lattice) είτε από

σημειακά στοιχεία στροβιλότητας (Vortex Particles). Η μια περίπτωση προσέγγισης είναι αυτή του προδιαγεγραμμένου ομόρρου (prescribed wake), όπου με βάση πειραματικά ή εμπειρικά δεδομένα ο ομόρρος αποτελείται από τμήματα δινοσωλήνων που ακολουθούν μια γεωμετρία με περιορισμένους βαθμούς ελευθερίας. Μία άλλη περίπτωση προσέγγισης είναι αυτή του ελεύθερου ομόρρου (free wake). Η γεωμετρία του ομόρρου καθορίζεται από την επίλυση των κινηματικών και δυναμικών εξισώσεων για την ελεύθερη στροβιλότητα. Έτσι αυξάνεται το υπολογιστικό κόστος των υπολογισμών, όμως με τον τρόπο αυτό μπορεί να γίνει καλύτερη αναπαράσταση των περίπλοκων τρισδιάστατων δομών στην περίπτωση μη μόνιμης ροής.

Βασικό πλεονέκτημα της μεθόδου είναι η επίλυση των εξισώσεων πάνω στην πραγματική επιφάνεια των σωμάτων. Η μέθοδος δίνει ικανοποιητική απεικόνιση της ροής γύρω από τρισδιάστατα σώματα και η αριθμητική διαδικασία αποδεικνύεται ότι είναι ευσταθής. Το σημαντικότερο πλεονέκτημα όμως είναι το ελάχιστο υπολογιστικό κόστος που απαιτείται για την επίλυση των προβλημάτων, ιδιαίτερα όταν αυτό συγκριθεί με το υπολογιστικό κόστος που απαιτούν οι πλεγματικές μέθοδοι.

2.3. Οι βασικές εξισώσεις της μεθόδου

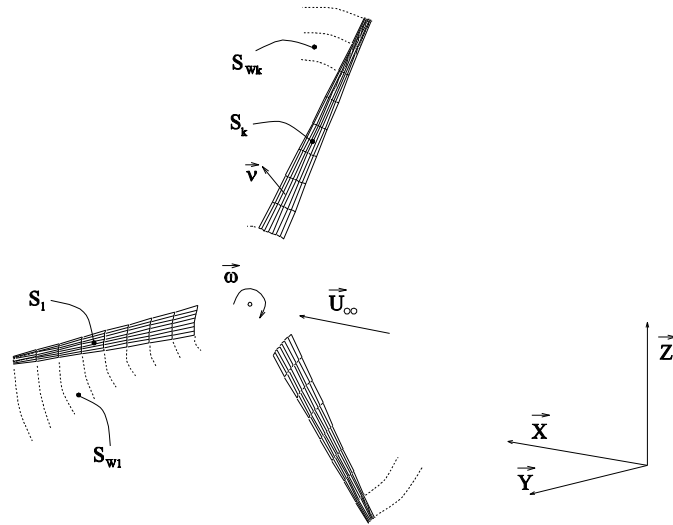
Στη παράγραφο αυτή θα γίνει μια συνοπτική παρουσίαση των εξισώσεων και των αριθμητικών μεθόδων. Η αναλυτική μαθηματική διατύπωση και απόδειξη των εξισώσεων υπάρχει στη βιβλιογραφία από τον Σ. Βουτσινά [3] και τον Π. Χασαπογιάννη [4].

2.3.1. Αναλυτική μορφή

Θεωρείται η μη μόνιμη ροή ασυμπίεστου και μη συνεκτικού ρευστού γύρω από συνδυασμό N_B τρισδιάστατων σωμάτων B_k με όρια S_k , $k = 1, N_B$. Κάθε ένα από τα σώματα μπορεί να είναι είτε ανωστικό, είτε μη ανωστικό. Τα ανωστικά σώματα πάντοτε θα παράγουν ομόρρο. Για την περιγραφή της ροής χρησιμοποιείται σταθερό σύστημα συντεταγμένων. Όλες οι ποσότητες της ροής υπολογίζονται και αναφέρονται σε αυτό το σύστημα.

Είναι D το πεδίο ροής, S τα όρια αυτού και \vec{n} το κάθετο διάνυσμα στο όριο S και με φορά προς τα έξω (Σχήμα 2.1). Η παρουσία των ανωστικών σωμάτων στο πεδίο ροής έχει σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία ομόρρου. Ο ομόρρος κάθε ανωστικού σώματος απελευθερώνεται σε κάθε χρονικό βήμα από τις γραμμές αποβολής στροβιλότητας (emission lines). Στην περίπτωση πτέρυγας, στις γραμμές αποβολής στροβιλότητας συμπεριλαμβάνεται οπωσδήποτε η ακμή εκφυγής. Η επιφάνεια του ομόρρου αντιμετωπίζεται σαν ενεργό όριο του προβλήματος. Οπότε, εάν S_{wk} , $k = 1, N_B$ είναι οι επιφάνειες των φύλλων στροβιλότητας από τα N_B σώματα τότε

$$\partial D \equiv S = \bigcup_{k=1}^{N_B} S_k + \bigcup_{k=1}^{N_B} S_{wk} \quad [2.1]$$



Σχήμα 2.1 Βασικοί γεωμετρικοί ορισμοί

Η αριθμητική μέθοδος βασίζεται στο θεώρημα διαχωρισμού του Helmholtz σύμφωνα με το οποίο το πεδίο ταχύτητας $\vec{u}(x; t)$ μπορεί να διαχωριστεί σε ένα στροβιλό και ένα αστρόβιλο πεδίο ροής:

$$\vec{u}(\vec{x}; t) = \overline{U}_\infty(\vec{x}; t) + \nabla\varphi(\vec{x}; t) + \overline{u}_\omega(\vec{x}; t), \vec{x} \in D, \quad [2.2]$$

όπου $\overline{U}_\infty(x; t)$ είναι η επ' άπειρον ταχύτητα της ροής, $\varphi(x; t)$ το δυναμικό διαταραχής της ταχύτητας και $\overline{u}_\omega(x; t)$ η ταχύτητα που επάγεται από την ελεύθερη στροβιλότητα. Το δυναμικό του πεδίου ταχύτητας μπορεί να αναπαρασταθεί από επιφανειακές κατανομές ιδιομορφιών. Για ανωστικά σώματα χωρίς πάχος χρησιμοποιούνται αποκλειστικά κατανομές διπόλων ενώ για μη ανωστικά σώματα με πάχος αποκλειστικά κατανομές πηγών. Τα ανωστικά σώματα είναι απαραίτητο να περιλαμβάνουν κατανομές διπόλων τόσο στην επιφάνεια, όσο και στον ομόρρου τους.

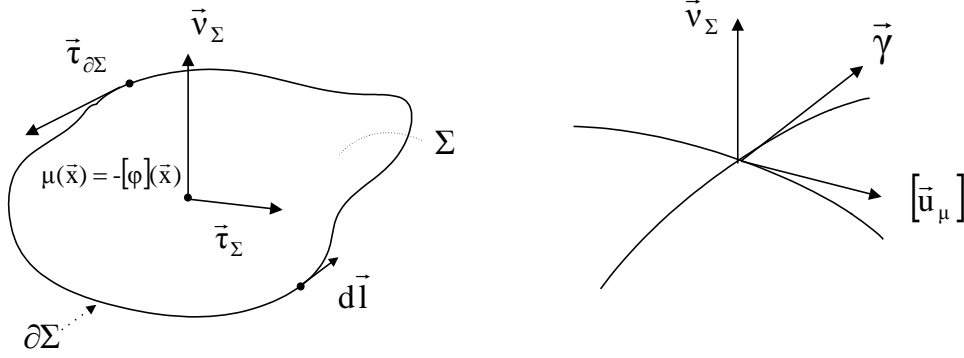
Μια κατανομή διπόλων $\mu(\vec{x}), \vec{x} \in \Sigma$ πάνω σε μια επιφάνεια Σ , συνεπάγεται μια ασυνέχεια του βαθμωτού δυναμικού (Σχήμα 3.2)

$$\mu(\vec{x}) = -[[\varphi]](\vec{x}), \vec{x} \in \Sigma, \quad [2.3]$$

όπου το $[[\varphi]]$ συμβολίζει το άλμα δυναμικού στην επιφάνεια Σ .

Το δυναμικό από κατανομή διπόλων σε ένα σημείο \vec{x}_0 δίνεται από τη σχέση:

$$\varphi_\mu(\vec{x}_0; t) = - \int_{\Sigma} \frac{\mu(\vec{x}; t) \vec{v}(\vec{x}; t) \cdot (\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi |\vec{x}_0 - \vec{x}|^3} d\Sigma(\vec{x}) \quad [2.4]$$



Σχήμα 2.2 Βασικοί γεωμετρικοί ορισμοί για τις επιφανειακές κατανομές διπόλων

Διαφορίζοντας την [2.4] προκύπτει η επαγόμενη ταχύτητα $\overline{u}_\mu(\vec{x}; t)$ και εφαρμόζοντας το θεώρημα του Stokes η $\overline{u}_\mu(\vec{x}; t)$ παίρνει τη μορφή:

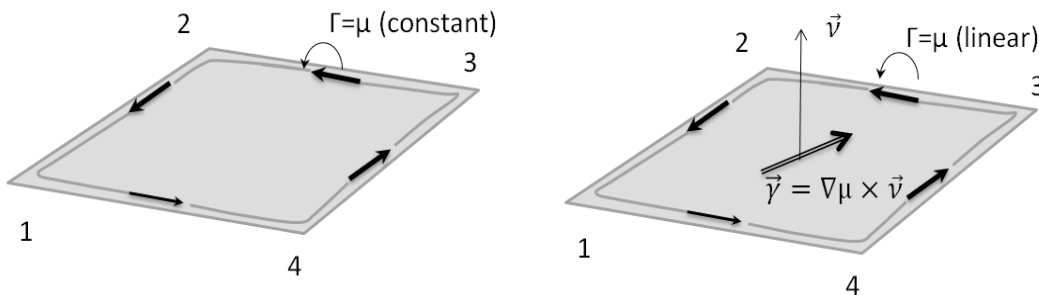
$$\begin{aligned} \overline{u}_\mu(\vec{x}_0; t) &= \nabla \varphi_\mu(\vec{x}_0; t) \\ &= \int_{\Sigma} \frac{(\nabla \mu(\vec{x}; t) \times \vec{v}(\vec{x}; t)) \times (\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi |\vec{x}_0 - \vec{x}|^3} d\Sigma(\vec{x}) \\ &\quad + \oint_{\partial \Sigma} \mu(\vec{x}; t) \frac{d\vec{\ell}(\vec{x}; t) \times (\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi |\vec{x}_0 - \vec{x}|^3} \end{aligned} \quad [2.5]$$

Όταν το σημείο \vec{x}_0 πλησιάζει την επιφάνεια Σ η ταχύτητα εμφανίζει ασυνέχεια. Συγκεκριμένα εάν $[\overline{u}_\mu]$ είναι το άλμα της ταχύτητας στην επιφάνεια Σ τότε

$$[\overline{u}_\mu](\vec{x}_0; t) \cdot \vec{v}(\vec{x}_0; t) = 0, \quad \vec{x}_0 \in \Sigma \quad [2.6]$$

$$\vec{v}(\vec{x}_0; t) \times [\overline{u}_\mu](\vec{x}_0; t) = \nabla_\Sigma \mu(\vec{x}_0; t) \times \vec{v}(\vec{x}_0; t) = \vec{\gamma}(\vec{x}_0; t), \quad \vec{x}_0 \in \Sigma$$

όπου $\vec{\gamma}(\vec{x}; t)$ είναι η ένταση της επιφανειακής στροβιλότητας και $\nabla_\Sigma(\cdot) = (\nabla(\cdot) \cdot \vec{\tau}_\Sigma) \vec{\tau}_\Sigma$ ο επιφανειακός διαφορικός τελεστής. Από τις εξισώσεις [2.5] και [2.6] προκύπτει το συμπέρασμα ότι η επιφάνεια, πάνω στην οποία βρίσκεται η κατανομή διπόλων, αντιστοιχεί σε ένα φύλλο στροβιλότητας, δηλαδή μια επιφάνεια με εφαπτομενική ασυνέχεια ταχύτητας. Εάν η κατανομή στροβιλότητας είναι σταθερή ή μεταβλητή, προκύπτει διαφορετική αναπαράσταση όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.3



Σχήμα 2.3 Σταθερή και γραμμική επιφανειακή κατανομή διπόλων

Αντίστοιχα, για επιφανειακή κατανομή πηγών το δυναμικό δίνεται από τη σχέση

$$\varphi_\sigma(\vec{x}_0; t) = - \int_{\Sigma} \frac{\sigma(\vec{x}; t)}{4\pi|\vec{x}_0 - \vec{x}|} d\Sigma(\vec{x}) \quad [2.7]$$

και η επαγόμενη ταχύτητα από τη σχέση

$$\vec{u}_\sigma = \int_{\Sigma} \frac{\sigma(\vec{x}; t) \cdot (\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi|\vec{x}_0 - \vec{x}|^3} d\Sigma(\vec{x}) \quad [2.8]$$

Από τις σχέσεις [2.4] και 2.7] το δυναμικό του πεδίου ταχύτητας ορίζεται ως:

$$\begin{aligned} \varphi(\vec{x}_0; t) = & - \sum_{k=1}^{N_B} \int_{S_k} \frac{\sigma_k(\vec{x}; t)}{4\pi|\vec{x}_0 - \vec{x}|} dS(\vec{x}) \\ & - \sum_{k=1}^{N_B} \left\{ \int_{S_k} \frac{\mu_k(\vec{x}; t) \vec{v}(\vec{x}; t) \cdot (\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi|\vec{x}_0 - \vec{x}|^3} dS(\vec{x}) \right. \\ & \left. + \int_{S_{Wk}} \frac{\mu_{Wk}(\vec{x}; t) \vec{v}_W(\vec{x}; t) \cdot (\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi|\vec{x}_0 - \vec{x}|^3} dS_W(\vec{x}) \right\} \end{aligned} \quad [2.9]$$

όπου $\sigma_k(\vec{x}; t)$ η κατανομή πηγών του σώματος k (1ος όρος), $\mu_k(\vec{x}; t)$ η κατανομή διπόλων του ανωστικού σώματος k (2ος όρος) και $\mu_{Wk}(\vec{x}; t)$ η κατανομή διπόλων του φύλλου στροβιλότητας που παράγεται από το ανωστικό σώμα k (3ος όρος).

Οι άγνωστες κατανομές $\sigma_k(\vec{x}; t)$, $\mu_k(\vec{x}; t)$ και $\mu_{Wk}(\vec{x}; t)$ εξαρτώνται από το χρόνο καθώς η ροή του προβλήματος είναι μη μόνιμη. Επιπλέον, εφόσον και το ίδιο το φύλλο στροβιλότητας είναι επιφάνεια που μετακινείται ελεύθερα με τη ροή (πρότυπο ελεύθερου ομόρρου), και η γεωμετρία του προβλήματος εξαρτάται από το χρόνο. Συνεπώς το πρόβλημα προς επίλυση είναι πρόβλημα ελευθέρων οριακών συνθηκών με αγνώστους τις επιφανειακές κατανομές και τη γεωμετρία των φύλλων στροβιλότητας από τα ανωστικά σώματα S_{Wk} .

Για τον προσδιορισμό των αγνώστων του προβλήματος εφαρμόζονται δύο τύπους συνθηκών. Πρώτον, τις κινηματικές συνθήκες που περιλαμβάνουν τη συνθήκη μη εισχώρησης σε όλες τις στερεές επιφάνειες και τις συνθήκες που περιγράφουν τις υλικές μετακινήσεις των φύλλων στροβιλότητας. Δεύτερον, εφαρμόζονται οι δυναμικές συνθήκες όπως η απαίτηση για μηδενικό άλμα πιέσεων διαμέσου των φύλλων στροβιλότητας.

Συμβολίζεται με $\vec{U}_B(\vec{x}; t)$ η κατανομή ταχυτήτων πάνω στα σώματα, η οποία περιλαμβάνει την ταχύτητα των άκαμπτων σωμάτων αλλά και την ταχύτητα λόγω ελαστικής κίνησης. Οι συνθήκες μη εισχώρησης στις στερεές επιφάνειες παίρνουν τη μορφή:

$$\begin{aligned} \vec{v}(\vec{x}_0; t) \cdot \nabla \varphi(\vec{x}_0; t) &= \frac{\partial \varphi}{\partial n}(\vec{x}_0; t) = \vec{v}(\vec{x}_0; t) \cdot (\vec{U}_{Bk} - \vec{U}_\infty - \vec{U}_\omega), \\ \vec{x}_0 &\in S_k, k = 1, N_B \end{aligned} \quad [2.10]$$

Για τον υπολογισμό του διαταραγμένου πεδίου ταχύτητας χρησιμοποιείται η εξίσωση [2.5]. Η εξίσωση αυτή παίρνει μια πιο ευέλικτη μορφή εάν χρησιμοποιηθεί τμηματικά σταθερή προσέγγιση των κατανομών διπόλων, οπότε ο πρώτος όρος στο δεξιό μέλος της

εξίσωσης είναι μηδενικός. Ο όρος που απομένει είναι η συνεισφορά γραμμικών κατανομών στροβιλότητας (δανοπετάλων, vortex lattice) ορισμένη στα όρια $\partial\Sigma$ του Σ .

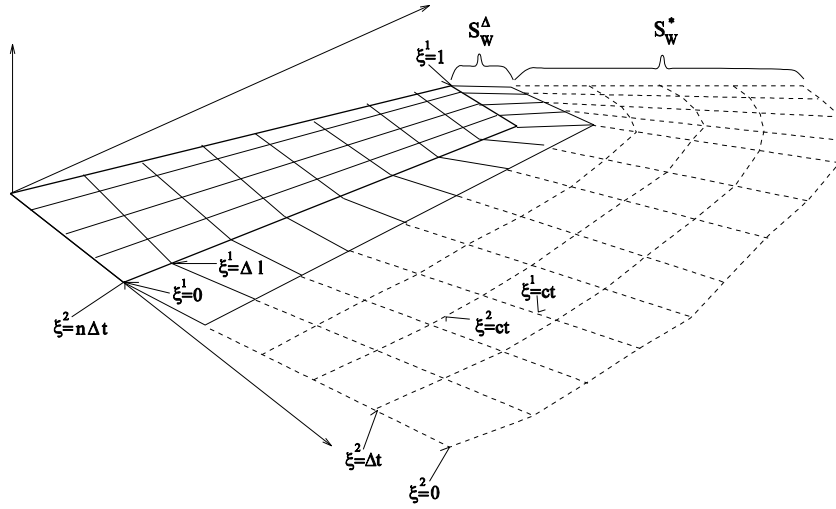
Η εξίσωση [2.11] αποτελεί μια παραμετρική αναπαράσταση φύλλου στροβιλότητας S_W που έχει αποβληθεί από την ακμή εκφυγής και πιθανώς από το ακροπερύγιο (αναφέρθηκαν προηγούμενα ως γραμμές αποβολής στροβιλότητας), όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.4. Το φύλλο στροβιλότητας μπορεί να αναπαρασταθεί σαν μια επιφάνεια που σχηματίζεται από την ακολουθία των υλικών γραμμών που ξεκινούν από τη γραμμή αποβολής στροβιλότητας. Προκειμένου να υπάρξει γνώση του χρονικού αποβολής στροβιλότητας, ένα σημείο $\vec{x}_W = \vec{x}_W(\xi^1, \xi^2; t)$ αναγνωρίζεται ως η θέση τη χρονική στιγμή t ενός υλικού σημείου που αποβλήθηκε τη στιγμή ξ^2 στη θέση ξ^1 της γραμμής αποβολής στροβιλότητας. Συνεπώς, η θέση $\vec{x}_W = \vec{x}_W(\xi^1, t; t)$ αντιστοιχεί στην τρέχουσα θέση της γραμμής αποβολής στροβιλότητας. Τέλος, οι γραμμές $\xi^1 = ct$ σχηματίζονται από υλικά στοιχεία που έχουν αποβληθεί από την ίδια θέση.

$$\vec{x}_W \in S_W: \vec{x}_W = \vec{x}_W(\xi^1, \xi^2; t), \quad \xi^1 \in [-1, 1], \quad \xi^2 \geq 0 \quad [2.11]$$

Η εξέλιξη του ομόρρου $S_W(t)$ στο χρόνο καθορίζεται από την κινηματική εξίσωση:

$$\frac{d\vec{x}_W(\xi; t)}{dx} = \vec{U}_m(\vec{x}_W, t) = \vec{U}_\infty(\vec{x}_W, t) + \nabla\varphi(\vec{x}_W, t) + \vec{U}_\omega(\vec{x}_W, t), \quad \xi = (\xi^1, \xi^2) \quad [2.12]$$

όπου $\vec{U}_m(\vec{x}_W, t)$ είναι το διάνυσμα της μέσης ταχύτητας στο φύλλο στροβιλότητας και η απαίτηση για μηδενικό πήδημα πίεσης διαμέσου του ομόρρου.



Σχήμα 2.4 Ο ομόρρος ανωστικής επιφάνειας χωρίς πάχος

Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli στις δύο όψεις του ομόρρου S_{Wk} και λαμβάνοντας υπ' όψιν ότι $\llbracket p \rrbracket(\vec{x}_W, t) = 0$:

$$\frac{\partial \llbracket \varphi \rrbracket}{\partial t} + \vec{U}_m(\vec{x}_W, t) \cdot \llbracket \vec{u}_\mu \rrbracket(\vec{x}_W, t) = 0 \quad [2.13]$$

όπου $\llbracket \vec{u}_\mu \rrbracket(\vec{x}_W, t)$ είναι το πήδημα ταχύτητας στην επιφάνεια του ομόρρου.

Από τις εξισώσεις [2.3] και [2.6] παίρνουμε ότι $\mu_W(\xi, t) = -\llbracket \varphi \rrbracket(\xi, t)$ και $\llbracket \vec{u}_\mu \rrbracket(\xi, t) = \nabla_{S_W} \mu_W(\xi, t)$. Εάν η επιφανειακή υλική χρονική παράγωγος είναι:

$$\frac{d_m(\cdot)}{dt} = \frac{\partial(\cdot)}{\partial t} + (\vec{U}_m \cdot \nabla_{S_W})(\cdot) \quad [2.14]$$

τότε η [2.13] δίνει τη συνθήκη:

$$\frac{d_m \mu_W}{dt} = 0 \quad [2.15]$$

Από τη συνθήκη [2.15] συνεπάγεται ότι η κατανομή διπόλων που ορίζει ένα φύλλο στροβιλότητας διατηρείται υλικά και ότι αυτή η συνθήκη είναι ισοδύναμη του θεωρήματος του Kelvin. Σε συνδυασμό με την παραμετρική αναπαράσταση του φύλλου στροβιλότητας [2.11] παίρνουμε τη συνθήκη:

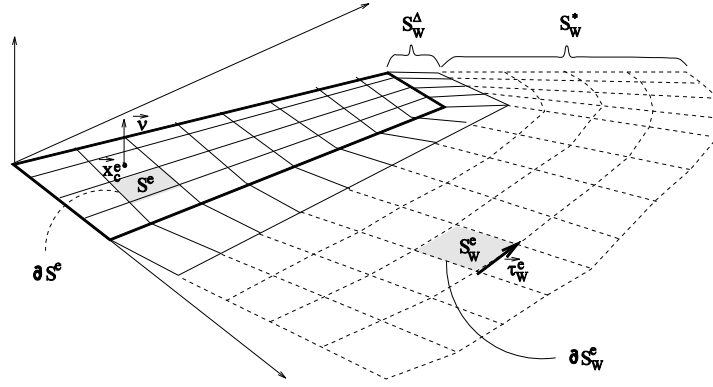
$$\mu_W(\vec{x}_W(\xi^1, \xi^2; t); t) = \mu_W(\vec{x}_W(\xi^1, \xi^2; \xi^2); \xi^2) \quad [2.16]$$

Η παραπάνω εξίσωση υποδηλώνει ότι η ένταση της κατανομής διπόλων που μεταφέρει το υλικό σημείο ξ είναι ίση με την ένταση του ίδιου υλικού σημείου, όταν αυτό ξεκίνησε από τη γραμμή αποβολής στροβιλότητας του σώματος. Επομένως, η συνθήκη αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να καθοριστεί η ένταση της στροβιλότητας που έχει αποβληθεί από τη γραμμή αποβολής στροβιλότητας σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή. Στην περίπτωση τμηματικά σταθερής προσέγγισης των κατανομών διπόλων η συνθήκη οδηγεί σε ίσες τιμές των εντάσεων $\mu_k(\cdot, t)$ και $\mu_{Wk}(\cdot, t)$ για δύο σημεία στο σώμα και τον ομόρρου αντίστοιχα, που εφάπτονται στη γραμμή αποβολής στροβιλότητας.

Τόσο τα αποτελέσματα που δίνει η θεωρία, όσο και ενδείξεις από πειραματικές και υπολογιστικές μελέτες προδιαγράφουν ότι σε βάθος χρόνου ένα ελεύθερο φύλλο στροβιλότητας χάνει την ομαλότητά του εξαιτίας του ιδιόμορφου χαρακτήρα των ολοκληρωμάτων που περιλαμβάνονται στον υπολογισμό του $\nabla \varphi(\vec{x}_W; t)$. Προκειμένου να ξεπεραστεί αυτή η δυσκολία, εισάγεται μια γενικοποίηση της στροβιλότητας. Με βάση τις σχέσεις [2.6] το γενικοποιημένο πεδίο στροβιλότητας που σχετίζεται με ένα φύλλο στροβιλότητας μπορεί να γραφεί ως

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_{S_W}(\vec{x}, t) &= \nabla \times \vec{u}_\mu(\vec{x}, t) \\ &= \underbrace{\delta_{S_W}(\vec{x} - \vec{x}_{S_W}) [\nabla \mu_W(\vec{x}_{S_W}, t) \times \vec{v}(\vec{x}_{S_W}, t)]}_{\text{surface term}} \\ &\quad + \underbrace{\delta_{\partial S_W}(\vec{x} - \vec{x}_{\partial S_W}) \vec{t}(\vec{x}_{\partial S_W}, t) \mu_W(\vec{x}_{\partial S_W}, t)}_{\text{line term}} \end{aligned} \quad [2.17]$$

όπου ο πρώτος είναι ο όρος επιφανειών και ο δεύτερος ο όρος γραμμών. Με $\delta_{S_W}(\cdot)$ και $\delta_{\partial S_W}(\cdot)$ είναι οι επιφανειακές και γραμμικές συναρτήσεις Dirac ορισμένες στο εσωτερικό και το όριο του $S_W(t)$ αντίστοιχα. $\vec{t}(\cdot, t)$ είναι το μοναδιαίο και εφαπτομενικό διάνυσμα στο $\partial S_W(t)$ (Σχήμα 2.5). Η παραπάνω γενικοποιημένη μορφή είναι ιδιαίτερα σημαντική καθώς επιτρέπει την προσέγγιση του ομόρρου με σημειακές στροβιλότητες.



Σχήμα 2.5 Ορισμοί του πλέγματος πάνω στο σώμα και τον ομόρρου

2.3.2. Αριθμητική μορφή

Σε κάθε σώμα S_k και τον ομόρρου του S_{Wk} ορίζεται ένα υπολογιστικό πλέγμα που χωρίζει το σώμα σε έναν αριθμό στοιχείων (panel) $S_k^e, e = 1, E_k$ και τον ομόρρου $S_{Wk}^e, e = 1, E_{Wk}$ με όρια ∂S_k^e και ∂S_{Wk}^e αντίστοιχα (Σχήμα 2.5). Με E_k και E_{Wk} συμβολίζεται ο αριθμός των στοιχείων σε ένα σώμα k και τον ομόρρου του, ενώ με E και E_W συμβολίζονται οι αντίστοιχοι συνολικοί αριθμοί στοιχείων.

Τα στερεά σώματα κατατάσσονται σε κατηγορίες ανάλογα με το είδος τους (ανωστικά/μη ανωστικά, με πάχος/λεπτά κ.α.). Ανάλογα με την κατηγορία, τα επιμέρους στοιχεία περιλαμβάνουν τμηματικά σταθερές κατανομές πηγών σ_e , τμηματικά σταθερές, γραμμικές, ειδικά ορισμένες κατανομές διπόλων μ_e ή συνδυασμό των παραπάνω. Αντίστοιχα, τα στοιχεία του ομόρρου των σωμάτων μπορεί να περιλαμβάνουν τμηματικά σταθερές ή γραμμικές κατανομές διπόλων μ_{ew} . Λόγω του μη μόνιμου χαρακτήρα της ροής, οι εντάσεις των πηγών και των διπόλων είναι χρονικά μεταβαλλόμενες.

Η επαγόμενη ταχύτητα σε θέση \vec{x}_0 από μια ανωστική επιφάνεια δίνεται από το άθροισμα των συνεισφορών των δινοπετάλων (vortex lattices) που αντιστοιχούν στα στοιχεία του πλέγματος των S_k και S_{Wk} :

$$\begin{aligned}
 \vec{u}(\vec{x}_0; t) = & \vec{U}_\infty(\vec{x}_0; t) + \vec{u}_\omega(\vec{x}_0; t) \\
 & + \sum_{e=1}^E \left\{ \left(\sigma_e(t) + (\nabla \mu_e(t) \times \vec{v}_e(t)) \times \int_{S_e} \frac{(\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi|\vec{x}_0 - \vec{x}|^3} dS(\vec{x}) \right. \right. \\
 & \left. \left. + \oint_{\partial S_e} \mu_e(t) \frac{\vec{d\ell}(\vec{x}; t) \times (\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi|\vec{x}_0 - \vec{x}|^3} \right\} \\
 & + \sum_{e=1}^{E_W} \left\{ \left(\nabla \mu_{ew}(t) \times \vec{v}_{ew}(t) \right) \times \int_{S_{ew}} \frac{(\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi|\vec{x}_0 - \vec{x}|^3} dS(\vec{x}) \right. \\
 & \left. \left. + \oint_{\partial S_{ew}} \mu_{ew}(t) \frac{\vec{d\ell}(\vec{x}; t) \times (\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi|\vec{x}_0 - \vec{x}|^3} \right\}
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

όπου η παραπάνω έκφραση της ταχύτητας χρησιμοποιείται στη συνθήκη μη εισχώρησης . Σημειώνεται ότι οι όροι $\sigma_e(t)$, $\vec{\gamma}_e(t) = \nabla \mu_e(t) \times \vec{v}_e(t)$ και $\vec{\gamma}_{ew}(t) = \nabla \mu_{ew}(t) \times \vec{v}_{ew}(t)$, που εμφανίζονται στους επιφανειακούς όρους για τα στοιχεία των στερεών σωμάτων και του ομόρρου βρίσκονται εκτός του ολοκληρώματος επειδή θεωρούνται τμηματικά σταθερά. Εάν οι κατανομές διπόλων είναι τμηματικά σταθερές τότε οι αντίστοιχοι επιφανειακοί όροι είναι μηδενική (περίπτωση λεπτής ανωστικής επιφάνειας). Στον 4ο και 6ο όρο της εξίσωσης οι εντάσεις $\mu_e(t)$ και $\mu_{ew}(t)$ παραμένουν στο εσωτερικό των ολοκληρωμάτων. Για τμηματικά σταθερές κατανομές διπόλων οι εντάσεις θα μπορούσαν να τοποθετηθούν εκτός του ολοκληρώματος. Όμως για γραμμικές κατανομές διπόλων η ένταση μεταβάλλεται γραμμικά κατά μήκος των ορίων του στοιχείου, οπότε οι εντάσεις πρέπει να βρίσκονται αναγκαστικά εντός του ολοκληρώματος. Τέλος, πρέπει να αναφερθεί ότι στην περίπτωση επιπέδων στοιχείων (panels), υπάρχουν αναλυτικές εκφράσεις για οποιαδήποτε πολυωνυμική κατανομή της έντασης.

Η συνθήκη μη εισχώρησης [2.10] επαληθεύεται στα κέντρα \vec{x}_e^e των στοιχείων που διαμορφώνουν τα στερεά όρια S_k και από αυτήν λαμβάνονται οι διακριτές εξισώσεις για τις άγνωστες εντάσεις $\mu_k^e(\cdot; t)$. Οι εντάσεις $\mu_k^e(\cdot; t)$ των διπόλων που βρίσκονται στον ομόρρου υπολογίζονται από την κινηματική συνθήκη [2.16]. Για τμηματικά σταθερές κατανομές διπόλων, η εφαρμογή της [2.16] στα στοιχεία του ομόρρου περιορίζει τους άγνωστους βαθμούς ελευθερίας στις εντάσεις των στοιχείων που έχουν μόλις δημιουργηθεί από τη γραμμή αποβολής στροβιλότητας. Οι εντάσεις που αντιστοιχούν στα υπόλοιπα στοιχεία του ομόρρου είναι γνωστά από προηγούμενες χρονικές στιγμές, όπως έχει επεξηγηθεί παραπάνω.

Για τον υπολογισμό των αγνώστων εντάσεων που έχουν δημιουργηθεί στη γραμμή αποβολής στροβιλότητας την τρέχουσα χρονική στιγμή εφαρμόζεται η συνθήκη Kutta. Η συνθήκη εξασφαλίζει ότι η στροβιλότητα κατά μήκος της γραμμής αποβολής είναι πεπερασμένη. Αυτό σημαίνει ότι για τα στοιχεία που εφάπτονται στη γραμμή αποβολής $\mu_k^e = \mu_{wk}^e$. Για γραμμικές κατανομές διπόλων η εφαρμογή είναι διαφορετική, αλλά περιλαμβάνει επίσης εφαρμογή της συνθήκης Kutta και του θεωρήματος Kelvin. Το θεώρημα του Kelvin προσδιορίζει τις εντάσεις στον ομόρρου από προηγούμενες χρονικές στιγμές και η συνθήκη Kutta προσδιορίζει τις εντάσεις των στοιχείων που δημιουργούνται την τρέχουσα χρονική στιγμή.

Όπως αναφέρθηκε προηγούμενα, οι κατανομές των στοιχείων του ομόρρου από προηγούμενες χρονικές στιγμές είναι γνωστές, ενώ άγνωστες είναι οι κατανομές των στοιχείων που δημιουργήθηκαν την τρέχουσα χρονική στιγμή. Σε αυτή τη βάση χρησιμοποιείται διαφορετική προσέγγιση για τα νέα στοιχεία (κοντινός ομόρρους) και για τα στοιχεία που είναι γνωστά από προηγούμενες χρονικές στιγμές (μακρινός ομόρρους). Συγκεκριμένα, η θεώρηση του ομόρρου ως φύλλο στροβιλότητας χρησιμοποιείται μόνο για τα στοιχεία του κοντινού ομόρρου. Μετά την πάροδο του τρέχοντος χρονικού βήματος, για κάθε στοιχείο του κοντινού ομόρρου δημιουργείται μια σημειακή δίνη (vortex particle) στην οποία ενσωματώνεται η ένταση του στοιχείου, και ύστερα αυτή αφήνεται να κινηθεί ελεύθερα στο πεδίο ροής (πρότυπο ελεύθερου ομόρρου). Εάν S_{wk}^A , S_{wk}^* είναι το κοντινό και το μακρινό τμήμα αντίστοιχα του ομόρρου για κάθε ανωστικό σώμα k , το δυναμικό του ομόρρου (2ος όρος της εξίσωσης [2.9]) μπορεί να διαχωριστεί σε δύο μέρη. Το δυναμικό $\varphi_{wk}^A(\cdot, t)$ από τα στοιχεία του κοντινού ομόρρου, και το δυναμικό $\varphi_{wk}^*(\cdot, t)$ από τα στοιχεία του μακρινού ομόρρου όλων των σωμάτων. Το συνολικό δυναμικό είναι το άθροισμα των συνεισφορών

$$\varphi(\vec{x}, t) = \varphi_b(\vec{x}, t) + \varphi_{wk}^A(\vec{x}, t) + \varphi_{wk}^*(\vec{x}, t) \quad [2.19]$$

όπου

$$\varphi_b(\vec{x}; t) = \sum_{k=1}^{N_B} \varphi_{kb}(\vec{x}; t) \quad \varphi_W^\Delta(\vec{x}; t) = \sum_{k=1}^{N_B} \varphi_{Wk}^\Delta(\vec{x}; t) \quad \varphi_W^*(\vec{x}; t) = \sum_{k=1}^{N_B} \varphi_{Wk}^*(\vec{x}; t) \quad [2.20]$$

και $\varphi_b(\cdot, t)$ είναι το δυναμικό που επάγεται από τα στερεά σώματα. Από τις εξισώσεις [2.6] και [2.17] φαίνεται πως η ποσότητα $\nabla \varphi_W^*(\cdot; t)$ αντιστοιχεί στο μέρος του πεδίου ταχύτητας που σχετίζεται με την περιστροφή $\vec{u}_\omega(\cdot, t)$

$$\vec{u}_\omega(\vec{x}_0, t) = \int_{D_\omega(t)} \frac{\vec{\omega}_W(\vec{x}, t) \times (\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi|\vec{x}_0 - \vec{x}|^3} dD(\vec{x}) \quad [2.21]$$

όπου $D_\omega(t)$ δηλώνει την ελεύθερη στροβιλότητα του πεδίου ροής $\vec{\omega}_W(\cdot, t)$ η οποία δίνεται σε αντιστοιχία με τη σχέση [2.17]

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_W(\vec{x}, t) &= \nabla \times \vec{u}_\omega(\vec{x}, t) \\ &= \sum_{ew=1}^{E_W} \left\{ \delta(\vec{x} - \vec{x}_{ew})(\nabla \mu_{ew}(t) \times \vec{v}_{ew}(t)) S_{ew} \right. \\ &\quad \left. + \delta(\vec{x} - \vec{x}_{\partial ew}) (\mu_{ew} \vec{d}\ell_{\partial ew}) \right\} \end{aligned} \quad [2.22]$$

Η παραπάνω τροποποίηση επιφέρει αλλαγές στην έκφραση της συνθήκης μη εισχώρησης [2.10] και της επαγόμενης ταχύτητας [2.18]. Οποιαδήποτε συνεισφορά στοιχείων του ομόρρου θα πρέπει να περιοριστεί αποκλειστικά στα στοιχεία του κοντινού ομόρρου S_{Wk}^Δ , ενώ θα πρέπει να συμπεριληφθούν στις εξισώσεις οι παράγοντες $\varphi_W^*(\cdot, t)$ και $\vec{u}_\omega(\cdot, t)$. Στη σχέση [2.18] ο όρος $\vec{u}_\omega(\cdot, t)$ που αποτελεί τη συνεισφορά του μακρινού ομόρρου, θα πρέπει να συμπεριληφθεί στο δεξιό μέρος της εξίσωσης. Έστω ότι $\vec{\Omega}_j(t)$ και $\vec{Z}_j(t)$ είναι οι εντάσεις και οι θέσεις των σημειακών δινών αντίστοιχα, και $J(t)$ το σύνολο των δεικτών που αντιστοιχούν στις σημειακές δίνες του πεδίου ροής. Τότε η διακριτή προσέγγιση της ελεύθερης στροβιλότητας $\vec{\omega}_W(\cdot, t)$ με σημειακές δίνες είναι

$$\vec{\omega}_W(\vec{x}, t) = \sum_{j \in J(t)} \vec{\Omega}_j(t) \zeta_\varepsilon(\vec{x} - \vec{Z}_j(t)) \quad [2.23]$$

όπου ως $\zeta_\varepsilon(r)$ ορίζεται η συνάρτηση φίλτρου (cut-off function):

$$\zeta_\varepsilon(r_j) = \frac{1}{\varepsilon^3} \exp\left(-\left(\frac{r_j}{\varepsilon}\right)^3\right), \quad r_j = |\vec{x} - \vec{Z}_j(t)| \quad [2.24]$$

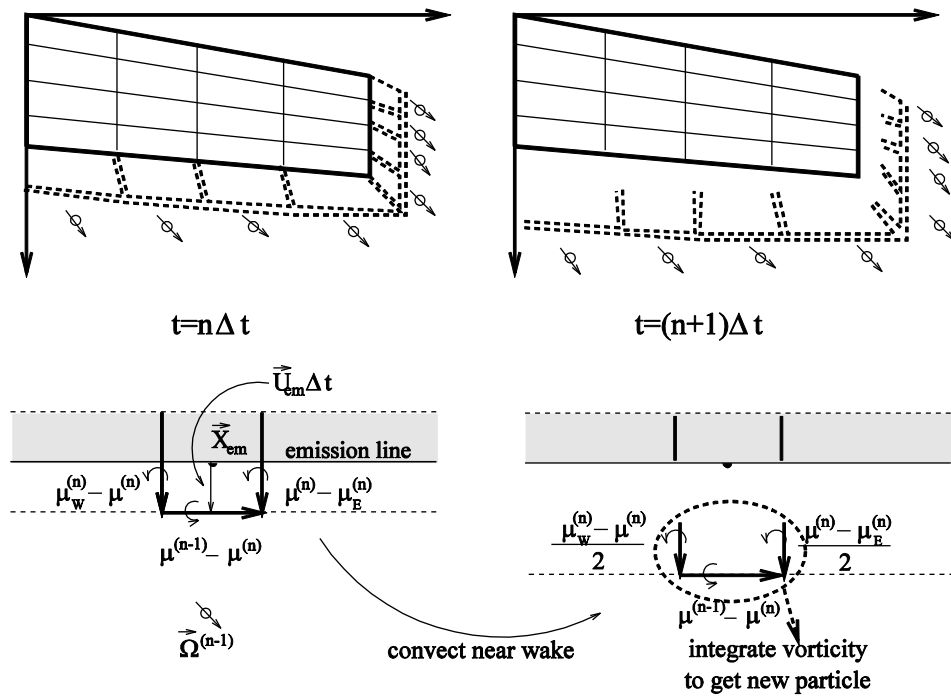
Με χρήση της εξίσωσης [2.23] η περιστροφική συνιστώσα του πεδίου ταχύτητας γράφεται:

$$\vec{u}_\omega(\vec{x}_0, t) = \sum_{j \in J(t)} \frac{\vec{\Omega}_j(t) \times (\vec{x} - \vec{Z}_j(t))}{4\pi|\vec{x} - \vec{Z}_j(t)|^3} \left(1 - \exp\left(-\left(\frac{|\vec{x} - \vec{Z}_j(t)|}{\varepsilon}\right)^3\right)\right) \quad [2.25]$$

Επομένως, δεν απαιτείται ο υπολογισμός της γεωμετρίας του φύλλου στροβιλότητας σε κάθε χρονική στιγμή, καθώς ισοδύναμα παρακολουθείται η τροχιά των σημειακών δινών (vortex particles) διαμέσου των δυναμικών εξισώσεων

$$\frac{d\vec{Z}_j(t)}{dt} = \vec{u}(\vec{Z}_j; t), \quad j \in J(t) \quad [2.26]$$

$$\frac{d\vec{\Omega}_j(t)}{dt} = (\vec{\Omega}_j(t) \cdot \nabla) \vec{u}(\vec{Z}_j; t) \quad [2.27]$$



Σχήμα 2.6 Το υβριδικό πρότυπο ομόρρου για την περίπτωση λεπτής ανωστικής επιφάνειας

Οι εξισώσεις [2.26] και [2.27] αφορούν την εξέλιξη του μακρινού ομόρρου. Το κοντινό μέρος του ομόρρου απαιτεί διαφορετική αντιμετώπιση καθώς διατηρείται η θεώρηση του φύλλου στροβιλότητας. Εάν \vec{U}_{em} είναι η μέση ταχύτητα ενός σημείου της γραμμής αποβολής στροβιλότητας (emission line) ενός ανωστικού σώματος, η γεωμετρία του τμήματος του κοντινού ομόρρου S_{Wk}^{Δ} που αντιστοιχεί σε αυτό το σημείο υπολογίζεται από την

$$\vec{X}^{\Delta} = \vec{X}_{em} + \Delta t \vec{U}_{em} \quad [2.28]$$

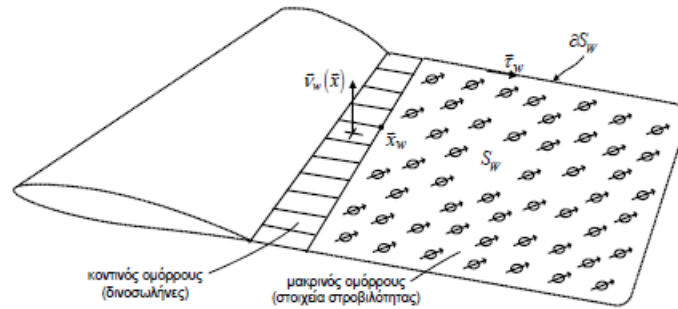
όπου Δt είναι το χρονικό βήμα, $\vec{X}^{\Delta} - \vec{X}_{em}$ είναι το μήκος του S_{Wk}^{Δ} σε διανυσματική μορφή (Σχήμα 2.6). Οι εντάσεις των κατανομών διπόλων του κοντινού ομόρρου υπολογίζονται από τη συνθήκη [2.15]. Οι σημειακές δίνες (vortex particles) δημιουργούνται σε κάθε χρονικό βήμα από ολοκλήρωση της επιφανειακής στροβιλότητας σε κάθε στοιχείο του κοντινού ομόρρου. Κατά τη δημιουργία κάθε σημειακής δίνης, η ένταση $\vec{\Omega}_j(t)$ και η θέση της $\vec{Z}_j(t)$ δίνονται από τις σχέσεις

$$\vec{\Omega}_j = \int_{S_{Wk}^{\Delta e}} \vec{\omega}_W dS_W \quad [2.29]$$

$$\vec{\Omega}_j \times \vec{Z}_j = \int_{S_{Wk}^{\Delta e}} \vec{\omega}_W \times \vec{x} dS_W \quad [2.30]$$

όπου $S_{Wk}^{\Delta e}$, $e = 1, E_{Wk}^{\Delta}$ είναι τα στοιχεία που αποτελούν τον κοντινό ομόρρου του ανωστικού σώματος k . Με τον τρόπο αυτό η στροβιλότητα κάθε στοιχείου του κοντινού ομόρρου ολοκληρώνεται προς δημιουργία μιας σημειακής δίνης όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.6.

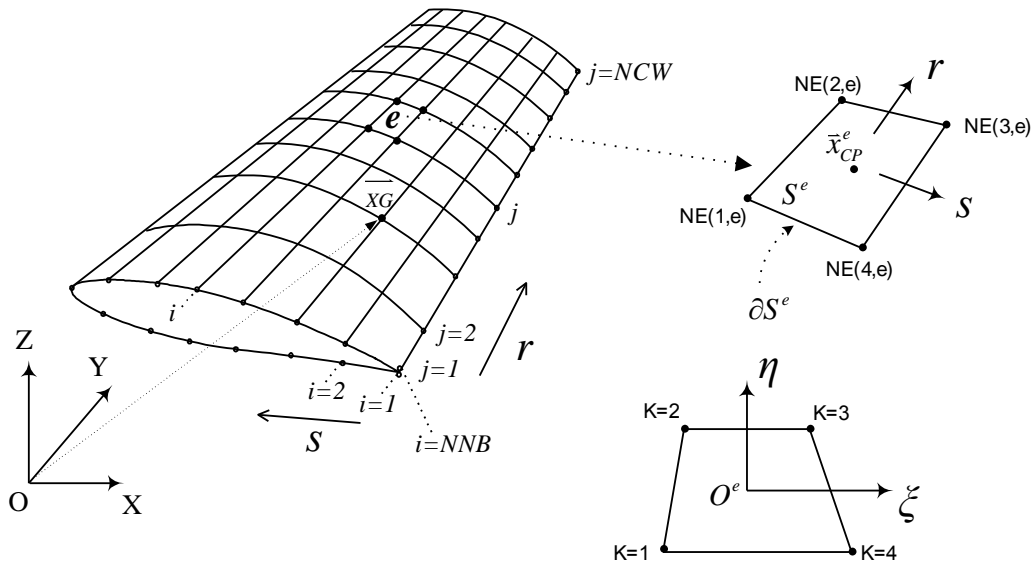
Στη συνέχεια γίνονται κάποιες διευκρινήσεις για την διακριτοποίηση της γεωμετρίας και των εξισώσεων για την περίπτωση μη μόνιμης, ασυμπίεστης ροής μη συνεκτικού ρευστού γύρω από σώματα με πάχος. Η επιφάνεια των σωμάτων χωρίζεται σε πλέγμα επιπέδων τετράπλευρων στοιχείων στα οποία τοποθετούνται τμηματικά σταθερές κατανομές πηγών και κατανομές διπόλων με διγραμμική ένταση. Τα σώματα χωρίς πάχος αναπαρίστανται αποκλειστικά από κατανομές διπόλων και τα μη ανωστικά σώματα με πάχος αποκλειστικά από κατανομές πηγών. Σε αυτά τα επίπεδα στοιχεία επαληθεύεται η συνθήκη μη εισχώρησης και στην ακμή εκφυγής γίνεται η εξίσωση των πιέσεων (συνθήκη Kutta). Το φύλλο στροβιλότητας κοντά στο σώμα (κοντινός ομόρρος) αναπαρίσταται με πλέγμα δινοπετάλων (vortex lattice) όπως και η γεωμετρία του ίδιου του σώματος σύμφωνα με τη δυναμική θεώρηση. Ο μακρινός ομόρρος αναπαρίσταται από στοιχεία στροβιλότητας (vortex particles) που ταξιδεύουν ελεύθερα με τη ροή σύμφωνα με τη στροβιλή θεώρηση (Σχήμα 2.7). Σε κάθε χρονικό βήμα υπολογίζεται η ένταση της αρχικά αποβαλλόμενης στροβιλότητας από το θεώρημα διατήρησης κυκλοφορίας του Kelvin. Η μεταφορά και παραμόρφωση του φύλλου στροβιλότητας στο χρόνο υπολογίζεται από τις υλικές εξισώσεις του Helmholtz.



Σχήμα 2.7 Η αναπαράσταση του φύλλου στροβιλότητας

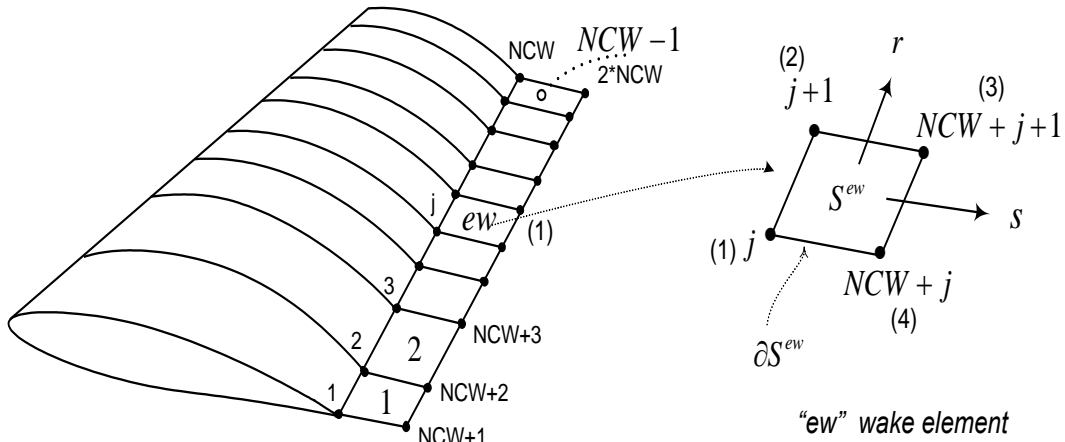
Η επιφάνεια κάθε αριθμητικού σώματος διαχωρίζεται σε πολλαπλά επιμέρους επίπεδα στοιχεία. Κάθε φυσικό σώμα μπορεί να αποτελείται από περισσότερα από ένα αριθμητικά σώματα. Η διατύπωση αυτή επιτρέπει τη δημιουργία ιδιόμορφων πλεγμάτων πάνω στα φυσικά σώματα ανάλογα με τις ανάγκες του μελετώμενου προβλήματος.

Το επιφανειακό πλέγμα των σημείων που προσομοιώνουν κάθε αριθμητικό σώμα είναι ορισμένο στο αδρανειακό σύστημα αναφοράς και περιγράφεται από ένα σύνολο κόμβων $S(i, j)$, $i = 1, NNB$, $j = 1, NCW$ όπου NNB , NCW είναι ο αριθμός των κόμβων του πλέγματος κατά την s και r διεύθυνσή του αντίστοιχα (Σχήμα 2.8)



Σχήμα 2.8 Γεωμετρικοί ορισμοί του πλέγματος για την περίπτωση πτέρυγας με πάχος

Τα στοιχεία του κοντινού ομόρρου των ανωστικών σωμάτων εφάπτονται στη γραμμική αποβολής στροβιλότητας και υπάγονται στη θεώρηση του φύλλου στροβιλότητας. Μια εικόνα της αναπαράστασης του κοντινού ομόρρου πτέρυγας με πάχος φαίνεται στο Σχήμα 2.9. Οι άγνωστοι που συσχετίζονται με τα στοιχεία του κοντινού ομόρρου για την περίπτωση αποβολής στροβιλότητας από την ακμή εκφυγής υπολογίζονται από τη συνθήκη Kutta και το θεώρημα διατήρησης κυκλοφορίας του Kelvin.



Σχήμα 2.9 Διακριτοποίηση του κοντινού ομόρρου για την περίπτωση πτέρυγας με πάχος

Ο καθορισμός του επιφανειακού διαχωρισμού της γεωμετρίας σε επιμέρους στοιχεία είναι ιδιαίτερα σημαντικός για την αριθμητική ευστάθεια των εξισώσεων και την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων. Επίσης σημαντική είναι και η επιλογή του χρονικού βήματος ώστε τα αποτελέσματα να αποτυπώνουν με ικανοποιητική ακρίβεια τους μηχανισμούς της ροής στις περιοχές που ενδιαφέρουν (όπως η αναδίπλωση του φύλλου στροβιλότητας κοντά στην ακμή εκφυγής).

2.4. Ο υπολογισμός των φορτίων

Σε κάθε χρονικό βήμα, αφού ολοκληρωθεί η επίλυση των εξισώσεων του συστήματος, είναι δυνατός ο υπολογισμός της δύναμης που αναπτύσσεται λόγω της ροής πάνω σε κάθε τετράπλευρο στοιχείο του σώματος.

Έχοντας υπολογίσει τις διανομές των πηγών και των διπόλων σε όλα τα επιφανειακά στοιχεία που απαρτίζουν τα σώματα και γνωρίζοντας την προϊστορία του δυναμικού ο υπολογισμός των πιέσεων γίνεται μέσω της ολοκλήρωσης της απόκλισης του θεωρήματος της ορμής. Η πίεση μπορεί να γραφεί ως άθροισμα συνεισφορών από το αστρόβιλο και το στροβιλό μέρος της αναπαράστασης ταχυτήτων.

$$p^e(\bar{x};t) = p_\Phi^e(\bar{x};t) + p_\omega^e(\bar{x};t) \quad [2.31]$$

Στο απόλυτο σύστημα αναφοράς, στο τυχαίο στοιχείο e που ανήκει σε σώμα κινούμενο με σχετική ταχύτητα $\bar{U}_B^e(\bar{x};t)$ θα ισχύει για τον υπολογισμό της πίεσης:

$$\frac{\partial \Phi^e(\bar{x};t)}{\partial t} + \frac{1}{2} \bar{u}^e(\bar{x};t)^2 + \frac{p_\omega^e(\bar{x};t)}{\rho} + \frac{p_\Phi^e(\bar{x};t)}{\rho} - \bar{u}^e(\bar{x};t) \cdot \bar{U}_B^e(\bar{x};t) = c(t) \quad [2.32]$$

όπου ο δείκτης (e) υποδηλώνει ότι όλα τα μεγέθη αναφέρονται στο στοιχείο e .

Ο μη μόνιμος όρος αυτής της σχέσης υπολογίζεται ακολούθως:

$$\frac{\partial \Phi^e(\bar{x};t)}{\partial t} = \frac{\partial \Phi_\infty^e(\bar{x};t)}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_{\sigma,\mu}^e(\bar{x};t)}{\partial t} \quad [2.33]$$

Στην περίπτωση της μόνιμης ροής ο όρος $\partial \Phi_\infty^e(\bar{x};t)/\partial t$ μηδενίζεται, αλλιώς πρέπει να υπολογιστεί σύμφωνα με τα δεδομένα του κάθε προβλήματος, ενώ ο υπολογισμός του όρου δυναμικού διαταραχής $\partial \Phi_{\sigma,\mu}^e(\bar{x};t)/\partial t$ γίνεται εύκολα καθώς σε κάθε χρονική υπολογίζουμε τις τιμές του δυναμικού $\Phi_\sigma^e(\bar{x};t)$, $\Phi_\mu^e(\bar{x};t)$ και συνεπώς και τη χρονική μεταβολή τους.

Η εξίσωση [2.32] χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της πίεσης p^e σε κάθε τετράπλευρο στοιχείο της γεωμετρίας του σώματος. Ο υπολογισμός του συντελεστή πίεσης στο στοιχείο e γίνεται με την αδιαστατοποίηση της πίεσης p^e ως προς μία κατάλληλη πίεση αναφοράς P_{ref} . Προκειμένου να είναι δυνατή η σύγκριση του συντελεστή πίεσης c_p^e των αριθμητικών προλέξεων με τα πειραματικά δεδομένα θα πρέπει να είναι γνωστή η P_{ref} που χρησιμοποιήθηκε για την αδιαστατοποίηση των πειραματικών αποτελεσμάτων.

$$c_p^e = \frac{p^e - P_\infty}{P_{ref}} \quad [2.34]$$

Κλείνοντας την αναφορά στον τρόπο υπολογισμού των πιέσεων αξίζει να σημειωθεί ότι η ακρίβεια στην αναπαράσταση της γεωμετρίας του εξεταζόμενου σώματος επηρεάζει άμεσα τους υπολογισμούς των πιέσεων, τόσο στην ακμή πρόσπτωσης, όπου εμφανίζονται οι μέγιστες τιμές πιέσεων, όσο και στην ακμή εκφυγής, όπου η ικανοποίηση της εξίσωσης των πιέσεων αποτελεί τη βασική συνθήκη για την παραγωγή στροβιλότητας και την ορθή επίλυση του προβλήματος.

Ο υπολογισμός της κάθετης δύναμης, που αναπτύσσεται στο στοιχείο e γίνεται απ' ευθείας καθώς η πίεση p^e έχει ήδη υπολογιστεί:

$$\bar{F}_n^e(\bar{x};t) = (p^e(\bar{x};t) \cdot A^e) \cdot \bar{\nu}^e \quad [2.35]$$

η δύναμη αυτή οδηγεί στην εμφάνιση ροπής $Q^e(\bar{x};t)$ ως προς την αρχή των αξόνων:

$$Q^e(\bar{x};t) = \bar{x} \times \bar{F}_n^e(\bar{x};t) \quad [2.36]$$

Σημειώνεται ότι στους υπολογισμούς των φορτίων δεν υπεισέρχονται συνεκτικές διορθώσεις, οπότε η συνολική στιγμιαία δύναμη $\bar{F}^{NB}(t)$ και ροπή $\bar{Q}^{NB}(t)$ που αναπτύσσονται στο σώμα (NB) στο απόλυτο σύστημα αναφοράς είναι:

$$\bar{F}^{NB}(t) = \sum_{e=1, NTEB(NB)} \bar{F}_n^e(x;t) \quad [2.37]$$

$$\bar{Q}^{NB}(t) = \sum_{e=1, NTEB(NB)} \bar{Q}_n^e(x;t) \quad [2.38]$$

2.5 Η εισαγωγή συνεκτικής διόρθωσης των φορτίων

Σύμφωνα με τις βασικές υποθέσεις του προβλήματος το ρευστό θεωρείται μη συνεκτικό. Μία από τις επιπτώσεις της αγνόησης της συνεκτικότητας είναι η εισαγωγή σφάλματος στον υπολογισμό των υπολογιζόμενων φορτίων πάνω στο περιρρέμενο στερεό σύνορο. Γενικά το μέτρο των φορτίων λόγω συνεκτικότητας είναι μικρότερο από το αντίστοιχο μέτρο των δυναμικών φορτίων, όμως είναι δυνατόν να επηρεάζουν σημαντικά τους υπολογισμούς ορισμένων μεγεθών.

Είναι δυνατόν να εφαρμοστούν διάφορες τεχνικές συνεκτικής διόρθωσης των φορτίων. Ενδεικτικά αναφέρονται οι ακόλουθες:

(α) Συνεκτική διόρθωση σύμφωνα με τη θεωρία των στοιχείων πτερυγώσεων.

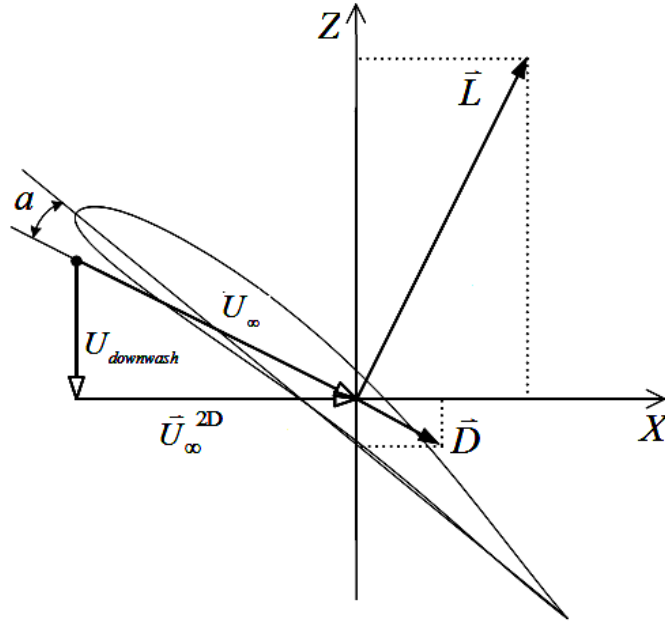
Στην περίπτωση αυτή το πτερύγιο διακριτοποιείται σε ακτινικές λωρίδες (strips), όπου γίνεται η απλουστευτική παραδοχή ότι η τοπική ροή είναι διδιάστατη με σταθερή ταχύτητα \bar{U}_∞^{2D} στο άπειρο, οπότε ισχύει για αυτές η θεωρία στοιχείων πτερυγώσεων. Επίσης θεωρείται ότι τα φορτία λόγω συνεκτικότητας, που εμφανίζονται σε μία αεροτομή οφείλονται αποκλειστικά στην δύναμη οπισθέλκουσας \bar{D} (Drag), ενώ τα δυναμικά φορτία στην δύναμη άνωσης \bar{L} (Lift), γεγονός που ισχύει για μικρές γωνίες πρόσπτωσης. Εάν είναι διαθέσιμη η πειραματική καταγραφή της αεροδυναμικής συμπεριφοράς αυτών των αεροτομών (αεροδυναμικοί συντελεστές $c_L(a)$, $c_D(a)$, όπου a η γωνία πρόσπτωσης), τότε τα συνεκτικά φορτία μπορούν να εκτιμηθούν.

Για τον σκοπό αυτό απαιτείται ο υπολογισμός της γωνίας πρόσπτωσης a της ροής στην αεροτομή [Χασαπογιάννης, 1994]. Με βάση τους υπολογισμούς του δυναμικού πεδίου

ροής υπολογίζεται το διάνυσμα της άνωσης \vec{L} στην συγκεκριμένη λωρίδα. Η διεύθυνση του διανύσματος της ταχύτητας της ισοδύναμης διδιάστατης ροής \vec{U}_∞^{2D} στο επίπεδο της αεροτομής προκύπτει άμεσα καθώς τα δύο διανύσματα είναι κάθετα. Η οπισθέλκουσα \vec{D} έχει διεύθυνση όμοια με αυτήν της ταχύτητας \vec{U}^{2D} , ενώ το μέτρο της θα προκύπτει άμεσα:

$$|\vec{D}| = \frac{c_D(a)}{c_L(a)} \cdot |\vec{L}| \quad [2.39]$$

Στο Σχήμα 2.10 φαίνονται οι δυνάμεις και το τριγώνο ταχυτήτων.



Σχήμα 2.10 Τα διανύσματα των δυνάμεων και των ταχυτήτων σε μία αεροτομή

(β) Συνεκτική διόρθωση σύμφωνα με τη θεωρία οριακού στρώματος πάνω από πλάκα σε παράλληλη ροή.

Υποθέτοντας ότι κάθε στοιχείο του διακριτού πλέγματος ενός σώματος ισοδυναμεί με επίπεδη πλάκα σε παράλληλη ροή με ταχύτητα ίση με την τοπική ταχύτητα \vec{U}_∞^{CP} στο σημείο ελέγχου του, είναι δυνατός ο υπολογισμός του τοπικού αριθμού Re (Reynolds). Σύμφωνα με πειραματικούς υπολογισμούς ο συντελεστής αντίστασης c_f της πλάκας καθορίζεται άμεσα από τον αριθμό Re:

$$c_f = 0.074 \cdot \text{Re}^{-1/2}, \quad \text{Re} \in [10^5, 10^7] \quad [2.40]$$

ενώ η οπισθέλκουσα λόγω τριβής \vec{D}_f (Friction Drag) σε κάθε στοιχείο θα υπολογίζεται ακολούθως:

$$\vec{D}_f = c_f \cdot A_e \cdot \rho \cdot |\vec{U}_\infty^{CP}| \cdot \vec{U}_\infty^{CP} \quad [2.41]$$

όπου A_e η επιφάνεια του στοιχείου και ρ η πυκνότητα του ρευστού.

Κεφάλαιο 3: Ανάλυση του προγράμματος σχεδιασμού των γεωμετρικών πλεγμάτων

3.1. Εισαγωγή

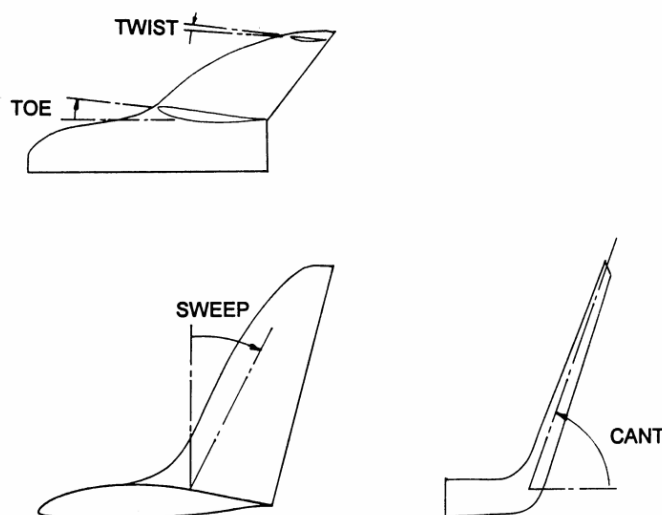
Στο παρόν κεφάλαιο αναλύονται οι κώδικες που συντάχθηκαν για την δημιουργία των γεωμετρικών πλεγμάτων με τα οποία έγινε τόσο η σύγκριση με τα αποτελέσματα του πειράματος (Κεφάλαιο 4) όσο και η παραμετρική ανάλυση για τις πτέρυγες με winglet (Κεφάλαιο 5). Οι γεωμετρίες αυτές, πρέπει να έχουν κάποια συγκεκριμένα χαρακτηριστικά. Αρχικά πρέπει να έχουν μορφή επιφανειακού πλέγματος που να είναι συμβατό με το GENUVP. Πρακτικά αυτό σημαίνει ότι παράγεται μία γεωμετρία σε ένα απλό αρχείο κειμένου όπου δίνονται οι καρτεσιανές συντεταγμένες (x , y , z) των κόμβων που την απαρτίζουν ξεκινώντας από την πρώτη αεροτομή στη ρίζα της πτέρυγας και καταλήγοντας διαδοχικά στην τελευταία αεροτομή στο ακροπερύγιο κινούμενοι κατά το εκπέτασμα της πτέρυγας. Επομένως το ένα από τα δύο αρχεία εισόδου του σχεδιαστικού προγράμματος είναι η εκάστοτε αεροτομή σε μορφή διδιάστατων συντεταγμένων (x , z). Δεύτερον, πρέπει να επιτευχθεί όσο το δυνατόν πιστότερη αναπαράσταση της γεωμετρίας που θα δοκιμαστεί, ειδικά στην περίπτωση της διερεύνησης που αφορά την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων (Κεφάλαιο 4). Επομένως το δεύτερο αρχείο εισόδου δίνει όλες εκείνες τις γεωμετρικές παραμέτρους που χρειάζονται (γωνίες, μήκη, αναλογίες) για τη σχεδίαση της γεωμετρίας. Τρίτον, η πυκνωση του πλέγματος είτε κατά τη χορδική είτε κατά την ακτινική κατεύθυνση (που ρυθμίζεται πολύ εύκολα μέσω του δεύτερου αρχείου εισόδου) επηρεάζει σημαντικά τα αποτελέσματα των υπολογισμών, όπως θα φανεί αναλυτικά στο Κεφάλαιο 4 και ως εκ τούτου προέκυψε η ανάγκη δημιουργίας όσο το δυνατόν πιο ομοιόμορφων γεωμετρικών πλεγμάτων με τη βοήθεια κατάλληλων διαγνωστικών που δίνει ως έξοδο το σχεδιαστικό πρόγραμμα.

Πιο αναλυτικά, ο εν λόγω κώδικας πραγματοποιεί τα παραπάνω εκτελώντας τις εξής ενέργειες. Αρχικά διαβάσει τα δύο αρχεία εισόδου που περιγράφηκαν, αυτό της αεροτομής και αυτό των γεωμετρικών παραμέτρων. Έπειτα ελέγχει αν η αλληλουχία των συντεταγμένων της αεροτομής είναι συμβατή με το GENUVP και αν δεν είναι την τροποποιεί κατάλληλα. Στη συνέχεια, με βάση τις γεωμετρικές παραμέτρους που έχει επιλέξει ο χρήστης, δημιουργεί στο χώρο πλέον τις ακμές πρόσπτωσης και εκφυγής και υπολογίζει την εκάστοτε χορδή ανά ακτινική θέση της πτέρυγας. Προκειμένου όμως να δημιουργηθεί ομοιόμορφο πλέγμα, οι αεροτομές πρέπει να περιστραφούν κατάλληλα (εκτελώντας yaw, pitch ή roll και ενδεχομένως συνδυαστικά) και αυτό γίνεται υπολογίζοντας πρώτα τα σημεία που λειτουργούν ως άρθρωση για τις περιστροφές και έπειτα υπολογίζοντας τις νέες συντεταγμένες των αεροτομών λαμβάνοντας βεβαίως υπόψη τη χορδή και τη θέση τους στον χώρο όπως αυτά έχουν υπολογιστεί προηγουμένως. Τέλος γίνεται ένας υπολογισμός της κάτοψης και της βρεχόμενης επιφάνειας της προκύπτουσας πτέρυγας καθώς και του εμβαδού και του λόγου επί μήκους (AR) του πιο μικρού και πιο μακρόστενου στοιχείου αντίστοιχα και παρουσιάζονται στην οθόνη ώστε με βάση αυτά ο χρήστης να ρυθμίσει κατάλληλα τις παραμέτρους εισόδου στο GENUVP.

Στις επόμενες παραγράφους θα αναλυθεί ο σχεδιασμός της κάτοψης και της γενέτειρας των πτερύγων Winglet 2, HECS I και Baseline [5].

3.2 Περιγραφή του σχεδιαστικού προγράμματος για το Winglet 2

Αρχικά, κρίνεται σκόπιμο να γίνουν κατανοητές οι γεωμετρικές γωνίες που περιγράφουν μια πτέρυγα τύπου winglet. Για αυτό παρατίθεται ξανά το σχήμα του 1^{ου} κεφαλαίου με τις γωνίες των winglets και ένας κατάλογος με τις μεταβλητές που εισάγονται στις εξισώσεις που θα παρουσιαστούν.



Σχήμα 3.1 Γεωμετρικές γωνίες των winglets

Μεταβλητές:

- b : εκπέτασμα
- c : χορδή
- h : ύψος του winglet
- λ : οπισθόκλιση

Συντομογραφίες:

- W : πτέρυγα
- WL : winglet
- LE : ακμή προσβολής
- TE : ακμή εκφυγής

Για την πτέρυγα Winglet 2 υπάρχει η δυνατότητα δημιουργίας πτέρυγας όμοιας με το πείραμα καθώς και πτέρυγας με winglet γενικού τύπου. Για τη δημιουργία αυτής της γεωμετρίας κρίθηκε αναγκαίο να χωριστεί σε 3 κομμάτια η σχεδίαση και η διακριτοποίηση και συγκεκριμένα στο επίπεδο κομμάτι (wing), στη γωνιακή μετάβαση (angular transition) και στο κομμάτι του winglet όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.2.

Αυτό επιτρέπει να έχουμε ευελιξία ως προς τη διακριτοποίηση, τους λόγους στένωσης (taper ratio) και τις γωνίες οπισθόκλισης (sweep angle) όπως θα φανεί στη συνέχεια. Η βασική φιλοσοφία και για τις 3 πτέρυγες είναι η εξής: πρώτα γίνεται διακριτοποίηση κατά το εκπέτασμα (άξονας y) και βρίσκεται η εκάστοτε τιμή του z συναρτήσει του y . Έπειτα αφού έχει βρεθεί η γενέτειρα στο επίπεδο yz βρίσκεται η τιμή του x για την ακμή προσβολής και την ακμή εκφυγής συναρτήσει του y ή του z που έχει βρεθεί προηγουμένως. Τέλος από τα δύο αυτά σημεία βρίσκεται το μήκος της εκάστοτε χορδής για κάθε θέση y .

Αρχικά, για το επίπεδο κομμάτι του Winglet 2 οι συναρτήσεις των ακμών προσβολής (LE) και εκφυγής (TE) είναι ευθείες στον χώρο που η κλίση τους στο επίπεδο xy (κάτοψη) βρίσκεται μέσω του λόγου στένωσης και της οπισθόκλισης οπότε και προκύπτει το ακόλουθο

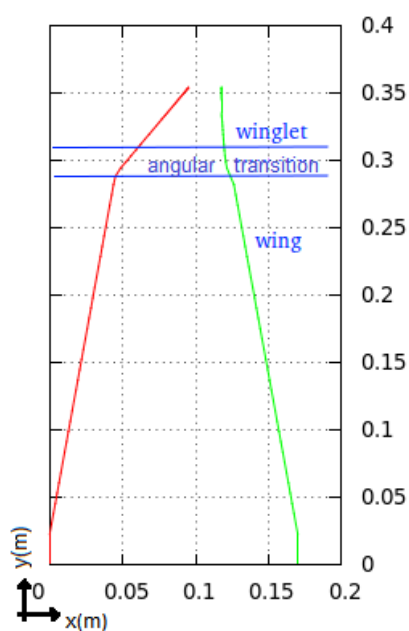
γράφημα (Σχήμα 3.2) για το επίπεδο μέρος (wing) από τις εξισώσεις:

$$x_{LE} = y * \tan(\lambda_W)$$

και για το τμήμα του winglet:

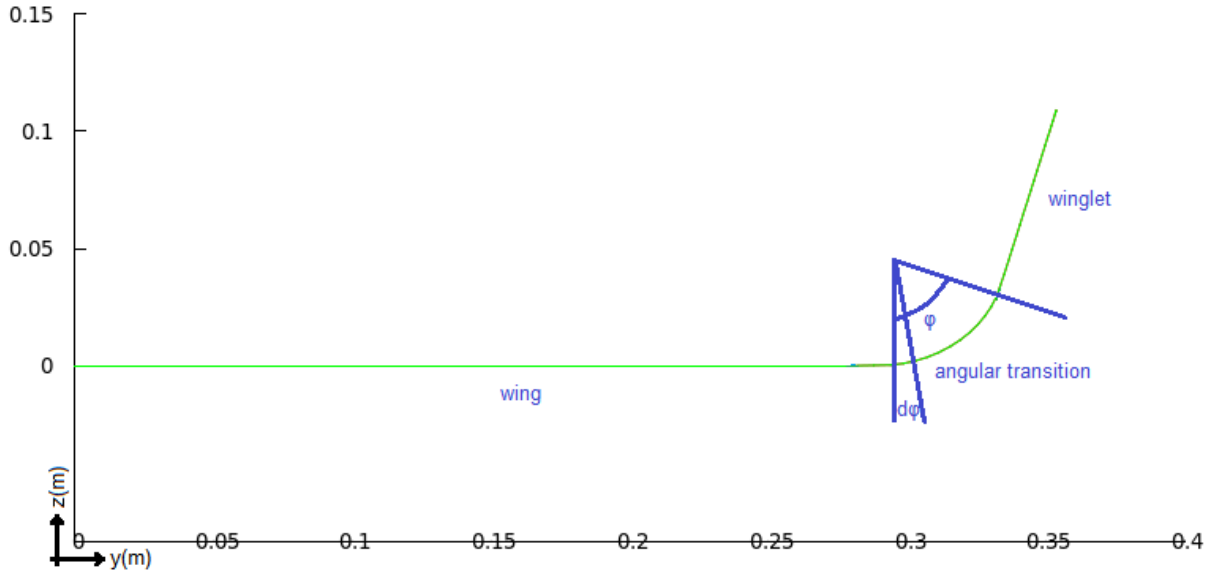
$$x_{LE} = y * [\tan(\lambda_W) + \tan(\lambda_{WL})]$$

προκειμένου να ληφθεί υπόψη και η οπισθόκλιση του winglet. Στις παραπάνω εξισώσεις δεν έχει συμπεριληφθεί η τροποποίηση του x_{LE} από τον λόγο στένωσης γιατί υπολογίζεται με διαφορετικό τρόπο.



Σχήμα 3.2 Τα τρία τμήματα της γεωμετρίας του Winglet 2

Στο Σχήμα 3.3 παρουσιάζεται η γωνιακή μετάβαση του Winglet 2 που πρακτικά πρόκειται για την στρογγυλεμένη γωνία που σχηματίζει η επίπεδη πτέρυγα (wing) με το σχεδόν κατακόρυφο μέρος (straight winglet part).



Σχήμα 3.3 Η πίσω όψη του Winglet 2

Ουσιαστικά όπως αναφέρθηκε πρόκειται για τόξο κύκλου του οποίου αρχικά διακριτοποιείται ισομερώς η γωνία σε Nfi γωνίες $d\varphi$ (παράμετρος του `dfile_Winglet2` βλ. Εικόνα 3.1) και με βάση αυτές προκύπτουν οι εξισώσεις:

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - cant$$

$$d\varphi = \frac{\varphi}{Nfi}$$

$$\varphi_i = \varphi_i + d\varphi$$

$$y_i = R \sin(\varphi_i)$$

$$z_i = R[1 - \cos(\varphi_i)]$$

$$R = \frac{(b/2) \left(1 - \frac{y\%}{100}\right) - h * \sin(cant)}{\sin(\varphi) + [\cos(\varphi) - 1] \sin(cant)}$$

όπου R είναι η ακτίνα του κύκλου και βρίσκεται συναρτήσει του ποσοστού του επίπεδου τμήματος της πτέρυγας $y\%$ (εν προκειμένω είναι 82% όπως θα φανεί και στο `dfile_winglet`), της γωνίας $cant$, του ύψους και του ημικυκλίσματος για το Winglet 2.

Για σώμα του winglet η γενέτειρα στο επίπεδο yz (Σχήμα 3.3) είναι ευθεία με ημιτονοειδή όμως διακριτοποίηση ώστε να πετύχουμε περισσότερη ακρίβεια στους υπολογισμούς γύρω από το ακροπτερύγιο. Επίσης, όπως φαίνεται και στην κάτοψη (Σχήμα 3.2) η ακμή προσβολής στο επίπεδο xy είναι ευθεία ενώ η αντίστοιχη ακμή εκφυγής είναι καμπύλη που δίνεται από την εξίσωση:

$$x_{TE} = \left(\frac{z}{k}\right)^{ex_{TE}}$$

όπου k είναι μια σταθερά που βρίσκεται από την τιμή του x_{TE} στην αρχή και στο τέλος της καμπύλης για την TE.

Στο τέλος παρουσιάζεται το αρχείο εισόδου (`dfile_Winglet2`) που τροποποιήθηκε έτσι ώστε να λάβουμε όμοια γεωμετρία με αυτή του πειράματος.

```

1 SD54mod4.dat      airfoil name - airfoil_name
2 0.35310           semi-span - semispan
3 0.17018           wing root chord
4 74                strips number - NCWB
5 22                Nwnglt
6 13                Nfi
7 s54x73w2          new wing name - wing_name (12 char sNsxNyw2)
8 0                 semi-tapered or foul LE tapered wing (Nwing_semi_taper)
9 0.470             wing taper ratio - wing_taper_ratio
10 0.0              wing sweep angle - wing_sweep_angle
11 82.0             y percent ( x% )
12 0.10910          winglet height - wnglt_height
13 0.2907           winglet taper ratio - wnglt_taper_ratio
14 01.0             winglet toe angle - wnglt_toe_angle
15 11.0             winglet sweep angle - wnglt_sweep_angle
16 15.0             cant angle
17 0.0              exLE
18 7.0              exTE
19 2                units (1:for meters, 2: for inches)

```

Εικόνα 3.1 Το αρχείο εισόδου (dfile_Winglet2) για το Winglet 2

Αρχικά δίνεται το όνομα του αρχείου της αεροτομής (γραμμή 1) και πρόκειται για την SD7032 η οποία έχει 54 σημεία περιμετρικά και έχει τροποποιηθεί κατάλληλα στην περιοχή του LE και του TE ώστε να μην προκαλεί αριθμητικές αστάθειες κατά την επίλυση μέσω του GENUVP (το προφίλ της παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.1 στο Κεφάλαιο 4). Στις γραμμές 2 και 3 δίνεται το ημι-εκπέτασμα και η χορδή της πτέρυγας αντίστοιχα. Στις γραμμές 4-6 δίνεται το πλήθος της διακριτοποίησης για το κάθε κομμάτι που περιγράφηκε προηγουμένως. Στις γραμμές 9 και 10 δίνεται ο λόγος στένωσης καθώς και η γωνία οπισθόκλισης του επίπεδου κομματιού της πτέρυγας. Στη γραμμή 11 δίνεται το ποσοστό κατά το εκπέτασμα από το οποίο ξεκινάει η κύρτωση και μέσω αυτού του ποσοστού βρίσκεται και η ακτίνα καμπυλότητας R της γωνίας cant του winglet (εδώ η γωνία cant μετράται από την κατακόρυφο). Στις γραμμές 12-16 δίνονται το ύψος, ο λόγος στένωσης, η γωνία toe και η γωνία cant για το κομμάτι του winglet και τέλος στις γραμμές 17 και 18 δίνονται οι πολωνυμικοί εκθέτες για τις καμπύλες που θα ακολουθήσουν οι LE και TE στο επίπεδο xz (ο πρώτος εκθέτης είναι 0 γιατί όπως αναφέρθηκε, το αντίστοιχο κομμάτι της LE είναι ευθεία).

3.3 Περιγραφή του σχεδιαστικού προγράμματος για το HECS I

Βασισμένο στην ίδια φιλοσοφία με το πρόγραμμα σχεδιασμού των winglets είναι και το αντίστοιχο για την υπερ-ελλειπτική πτέρυγα HECS I. Η διαφορά έγκειται στο ότι οι δύο καμπύλες των LE και TE καθώς και αυτή της γενέτειρας περιγράφονται από τις ίδιες εξισώσεις καθ' όλο το μήκος του εκπετάσματος και όχι από 3 διαφορετικές ευθείες-καμπύλες όπως στην περίπτωση του Winglet 2.

Αρχικά, βρίσκεται η θέση x για τις LE και TE με δύο διαφορετικούς τρόπους: ο πρώτος τρόπος που χρησιμοποιείται εν προκειμένω λαμβάνει τους συντελεστές-εκθέτες (cLE, hexpLE, cTE1, cTE2, hexpTE) της υπερ-ελλειπτικής εξίσωσης από το αρχείο εισόδου που θα παρουσιαστεί στη συνέχεια με σκοπό η παραγόμενη γεωμετρία να συμπίπτει όσο το δυνατόν περισσότερο με αυτή της τεχνικής έκθεσης. Ο δεύτερος τρόπος λαμβάνει υπόψη μόνο τις εξισώσεις της τεχνικής έκθεσης που όμως δεν παράγουν ίδια γεωμετρία με αυτή που εικονίζεται αλλά για λόγους πληρότητας δοκιμάστηκε και συγκρίθηκε με την πιο σωστή γεωμετρία δίνοντας αρκετά υποδεέστερα αποτελέσματα όπως θα φανεί στο επόμενο κεφάλαιο. Οι εξισώσεις υπερ-ελλειπτικής μορφής (εκθέτης μεγαλύτερος του 2) σημειώνονται

παρακάτω [6]:

$$\left(\frac{z + 4.727}{4.727}\right)^{2.5} + \left(\frac{y}{13}\right)^{2.5} = 1$$

$$\left(\frac{9.522 - x}{9.522}\right)^{2.5} + \left(\frac{y}{15.121}\right)^{2.5} = 1$$

$$\left(\frac{9.522 - x}{4.727}\right)^{2.5} + \left(\frac{y}{15.121}\right)^{2.5} = 1$$

που είναι οι εξισώσεις με τους συντελεστές της τεχνικής έκθεσης για την γενέτειρα, το LE και το TE αντίστοιχα. Παρακάτω δίνονται και οι τροποποιημένες αντίστοιχες εξισώσεις:

$$\left(\frac{z + 4.57928}{4.57928}\right)^{2.5} + \left(\frac{y}{14}\right)^{2.5} = 1$$

$$\left(\frac{6.522 - x}{6.522}\right)^{3.0} + \left(\frac{y}{14}\right)^{3.0} = 1$$

$$\left(\frac{7.522 - x}{4.57928}\right)^{2.5} + \left(\frac{y}{14}\right)^{2.5} = 1$$

που είναι ίδιες προς τη μορφή με διαφορετικούς όμως συντελεστές και εκθέτες. Όμως αξίζει να σημειωθεί σε αυτό το σημείο ότι η απολύτως πιστή αναπαράσταση της γεωμετρίας του HECS I οδηγεί σε γεωμετρία μηδενικού μήκους χορδής στο ακροπτερύγιο με ό,τι αυτό συνεπάγεται για τα στοιχεία του πλέγματος και για την αριθμητική του επίλυση. Έτσι κρίθηκε αναγκαίο να γίνει μία αποκοπή των τελευταίων strip του πλέγματος προκειμένου να είναι εφικτή η επίλυσή του, με κόστος όμως τις όποιες διαφοροποιήσεις στο τελικό αποτέλεσμα.

Τέλος, παρουσιάζεται το αρχείο εισόδου (dfile_HECSI) που επιτρέπει στον χρήστη να τροποποιήσει τους συντελεστές που αναφέρθηκαν για να δημιουργήσει την επιθυμητή γεωμετρία (Εικόνα 3.2).

```

1 SD54mod4.dat      airfoil name - airfoil_name
2 14.0              smspn_in
3 74                NCWB (strips=NCWB-1)
4 40                Ndy_eq
5 0                Ncut
6 s54x73hI          new wing name - wing_name (12 char sNSxNyhI)
7 2                units (1:for m, 2: for inches)
8 3.0              hexpLE
9 2.5              hexpTE
10 4.57928          c_zh
11 6.522           cLE
12 7.522           CTE1
13 4.57928          cTE2
14 1               roll by center (0: No, 1: Yes)
15 0.8            eq_dy_prnt
16 0.0            yoffin

```

Εικόνα 3.2 Το αρχείο εισόδου (dfile_HECSI) για το HECS I

Σε αυτό το αρχείο οι πρώτες 7 γραμμές έχουν αντίστοιχη χρησιμότητα με αυτές του αρχείου εισόδου για το Winglet 2. Στη συνέχεια (γραμμές 8 και 9) ακολουθούν οι υπερ-ελλειπτικοί εκθέτες όπως αναγράφονται και στις εξισώσεις παραπάνω. Στις γραμμές 10-13 εισάγονται οι συντελεστές των εξισώσεων και στην γραμμή 15 το ποσοστό εκπετάσματος της ομοιόμορφης διακριτοποίησης. Σημειώνεται ότι οι παράμετροι που δεν εξηγούνται, χρησιμεύουν σε άλλα σημεία του προγράμματος δευτερεύουσας όμως σημασίας για την γεωμετρία.

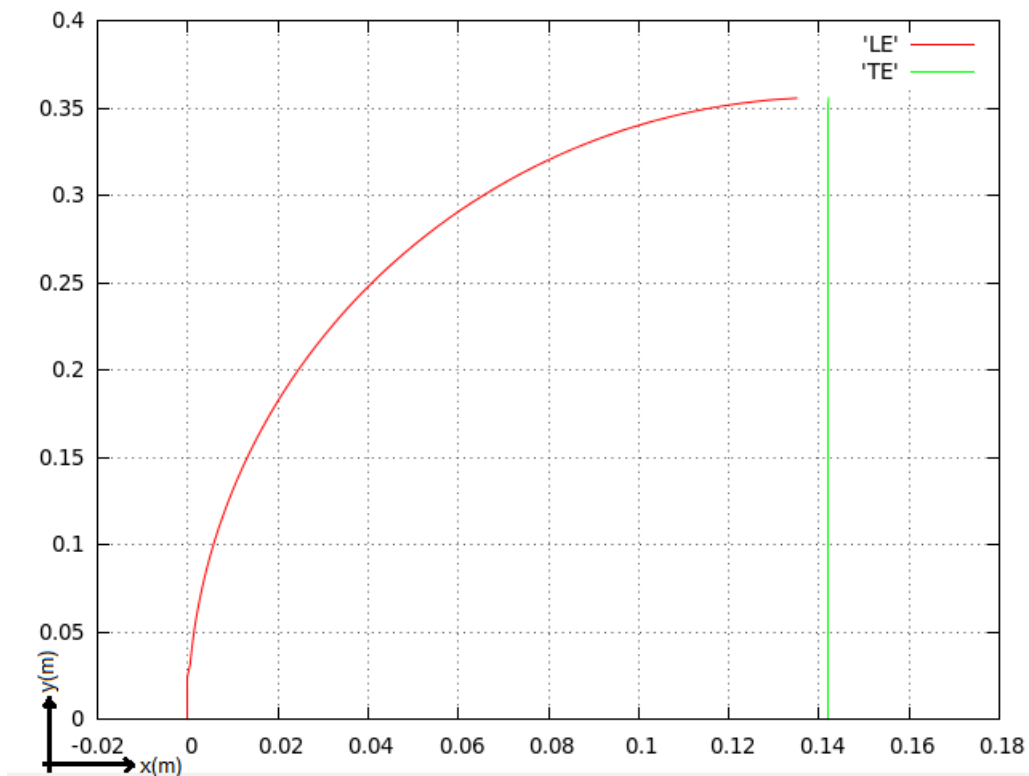
3.4 Περιγραφή του σχεδιαστικού προγράμματος για τη Baseline

Η ημι-ελλειπτική πτέρυγα (Baseline) σε αντίθεση με τις προηγούμενες δύο είναι αρκετά πιο απλή στην σχεδιάσή της. Αποτελείται από μία ευθεία στο επίπεδο yz γενέτειρα και από μία καμπύλη στο επίπεδο xy για την ακμή προσβολής που είναι τμήμα έλλειψης. Η ακμή εκφυγής στο ίδιο επίπεδο είναι ευθεία και οι δύο μαζί παρουσιάζονται στις παρακάτω εξισώσεις:

$$x_{LE} = c \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b/2} \right)^2} \right)$$

$$x_{TE} = c$$

οι γραφικές παραστάσεις των οποίων παρουσιάζονται στο παρακάτω γράφημα (Σχήμα 3.4).



Σχήμα 3.4 Η κάτοψη του Baseline

Τέλος για λόγους πληρότητας παρατίθεται και το αντίστοιχο αρχείο εισόδου (dfile_baseline) στην Εικόνα 3.3.

```
S054mod4.dat      airfoil name - airfoil_name !
0.355687          semi-span - semispan
0.14212           wing root chord
71               strips number - NCWB
n54x71b1         new wing name - wing_name (12 char sNSNyw2t0)
0.999            percentage of the semispan - prcnt
~
~
~
~
```

Εικόνα 3.3 Το αρχείο εισόδου (dfile_baseline) για το Baseline

Αυτό που αξίζει να σημειωθεί για το αρχείο εισόδου dfile_baseline είναι η τελευταία γραμμή του που δίνει το ποσοστό εκπετάσματος (99.9%) στο οποίο σταματά η ελλειπτική καμπύλη της ακμής προσβολής έτσι ώστε να μην καταλήξουμε σε μηδενική χορδή που δημιουργεί πρόβλημα στους υπολογισμούς.

Κεφάλαιο 4: Σύγκριση των υπολογιστικών αποτελεσμάτων με αντίστοιχα πειραματικά

4.1. Εισαγωγή

Στο Κεφάλαιο 1 αναφέρεται ότι σκοπός της εργασίας είναι η παραμετρική ανάλυση των Winglets. Πρώτα όμως, πρέπει να ελεγχθεί η αξιοπιστία του κώδικα GENUVP για την ειδική περίπτωση καμπύλων γεωμετριών όπως είναι οι πτέρυγες με winglet, παρόλο που έχει δοκιμασθεί σε αρκετά πιο πολυπλοκότερες καταστάσεις ροής με μεγάλη επιτυχία. Τα πιο κρίσιμα στοιχεία για την σωστή υπολογιστική προσομοίωση της ροής με τη μέθοδο αυτή είναι η ομοιομορφία του γεωμετρικού πλέγματος, δηλαδή η σχετικά μικρή διαφοροποίηση εμβαδού μεταξύ των στοιχείων του πλέγματος (panels), και η σωστή ρύθμιση κάποιων παραμέτρων εισόδου οι οποίες σχετίζονται άμεσα (όχι όμως και με απολύτως προφανή τρόπο) με το γεωμετρικό πλέγμα και με την ταχύτητα της αδιατάρακτης ροής.

Όμως για να γίνουν αυτά χρειάζεται και ένα αξιόπιστο σημείο αναφοράς και ως τέτοιο θεωρείται η πειραματική προσομοίωση. Για τον σκοπό αυτό συλλέξαμε τα πειραματικά δεδομένα και αποτελέσματα από το πείραμα “*Aerodynamic Comparison of Hyper-Elliptic Cambered Span (HECS) Wings with Conventional Configurations*” των Barry S. Lazos και Kenneth D. Visser, στο οποίο όπως μας προϋποθέτει και ο τίτλος γίνεται μια σύγκριση γεωμετριών υπερ-ελλειπτικής γραμμής εκπετάσματος (εμπνευσμένης από τα φτερά των πτηνών) με συμβατικές διατάξεις όπως είναι τα Winglets και με την ημι-ελλειπτική πτέρυγα (αναφερόμενη στη συνέχεια ως Baseline).

4.2. Γεωμετρικά δεδομένα

Τα δεδομένα που μπορέσαμε να αξιοποιήσουμε από το πείραμα που αναφέρθηκε προηγουμένως αφορούν κυρίως στη γεωμετρία της εκάστοτε πτέρυγας που μας δίνονται είτε μέσω εικόνων, είτε μέσω αριθμητικών διαστάσεων και αναλυτικών εξισώσεων. Επίσης, εξίσου χρήσιμα ήταν και τα δεδομένα για τις αεροδυναμικές παραμέτρους του πειράματος όπως η ταχύτητα της ροής και η γωνία πρόσπτωσης. Τα αποτελέσματα που συλλέξαμε από το πείραμα είναι η κατανομή της κανονικοποιημένης στροβιλότητας σε συγκεκριμένη απόσταση κατάντι της ροής καθώς και η αντίστοιχη τιμή του λόγου άνωσης προς αντίσταση (L/D) για δεδομένη γωνία προσβολής. Επομένως η σύγκριση των αποτελεσμάτων της υπολογιστικής μεθόδου και του πειράματος έγινε πάνω σε αυτές τις μεταβλητές δηλαδή την στροβιλότητα και το L/D . Στο πείραμα έχουν δοκιμασθεί 6 διαφορετικές γεωμετρίες, μία εκ των οποίων είναι και η πτέρυγα με winglet το οποίο στην σχετική τεχνική έκθεση του πειράματος αναφέρεται ως Winglet 2. Από τις υπόλοιπες γεωμετρίες επιλέξαμε την ημι-ελλειπτική (Baseline) και την υπερ-ελλειπτικής γραμμής εκπετάσματος I (HECS I). Αυτό έγινε γιατί τόσο η Baseline όσο και η HECS I λόγω της γεωμετρίας τους μας οδηγούν στη δημιουργία αρκετά ανομοιομόρφων πλεγμάτων (ως προς το εμβαδό των στοιχείων) όπου η επιτυχής μοντελοποίηση τους μέσω της μεθόδου μας δίνει αρκετά μεγάλη αξιοπιστία για την παραμετρική ανάλυση που θα ακολουθήσει στην συνέχεια. Στην ουσία με αυτόν τον τρόπο θελήσαμε με κοντινές τιμές παραμέτρων εισόδου (στο GENUVP) και για τις 3 γεωμετρίες να πετύχουμε όσο το δυνατόν πιο αποδεκτά αποτελέσματα συγκρινόμενα βέβαια με τα αντίστοιχα του πειράματος και μάλιστα για πλέγματα τα οποία είναι αρκετά ανομοιομόρφα

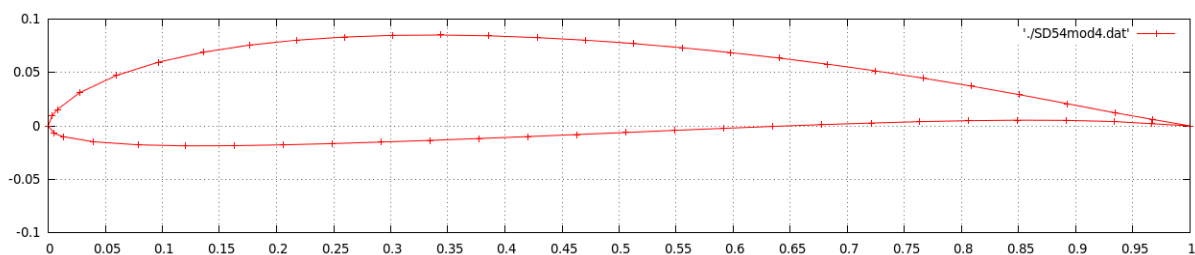
σε σχέση με αυτό του Winglet 2. Αυτή η ανομοιομορφία οφείλεται αποκλειστικά στο ότι οι γεωμετρίες της ημι-ελλειπτικής και της υπερ-ελλειπτικής πτέρυγας καταλήγουν και οι δύο σε μηδενική χορδή στο ακροπτερύγιο. Επειδή όμως με την απλοποιημένη εφαρμογή της μεθόδου GENUVP δεν μπορούμε να προσομοιώσουμε γεωμετρίες με μηδενική χορδή αναγκαστήκαμε για λόγους απλότητας να αφήσουμε στο ακροπτερύγιο μία όσο το δυνατόν πιο μικρή χορδή ώστε να έχουμε αποδεκτά αποτελέσματα με το ελάχιστο δυνατό σφάλμα.

Οι βασικές γεωμετρικές διαστάσεις για όλες τις πτέρυγες του πειράματος είναι ίδιες προκειμένου να είναι δίκαιη η σύγκριση μεταξύ τους και είναι:

- Εκπέτασμα = 28 inches (=0.7112 m)
- Επιφάνεια κάτοψης = 112 inches² (=0.072258 m²)
- Λόγος επί μήκους (AR) = 7

4.2.1. Η αεροτομή των πτερύγων

Η αεροτομή με βάση την οποία κατασκευάστηκαν όλες οι γεωμετρίες που θα παρουσιαστούν είναι η SD7032 και παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα (Σχήμα 4.1)

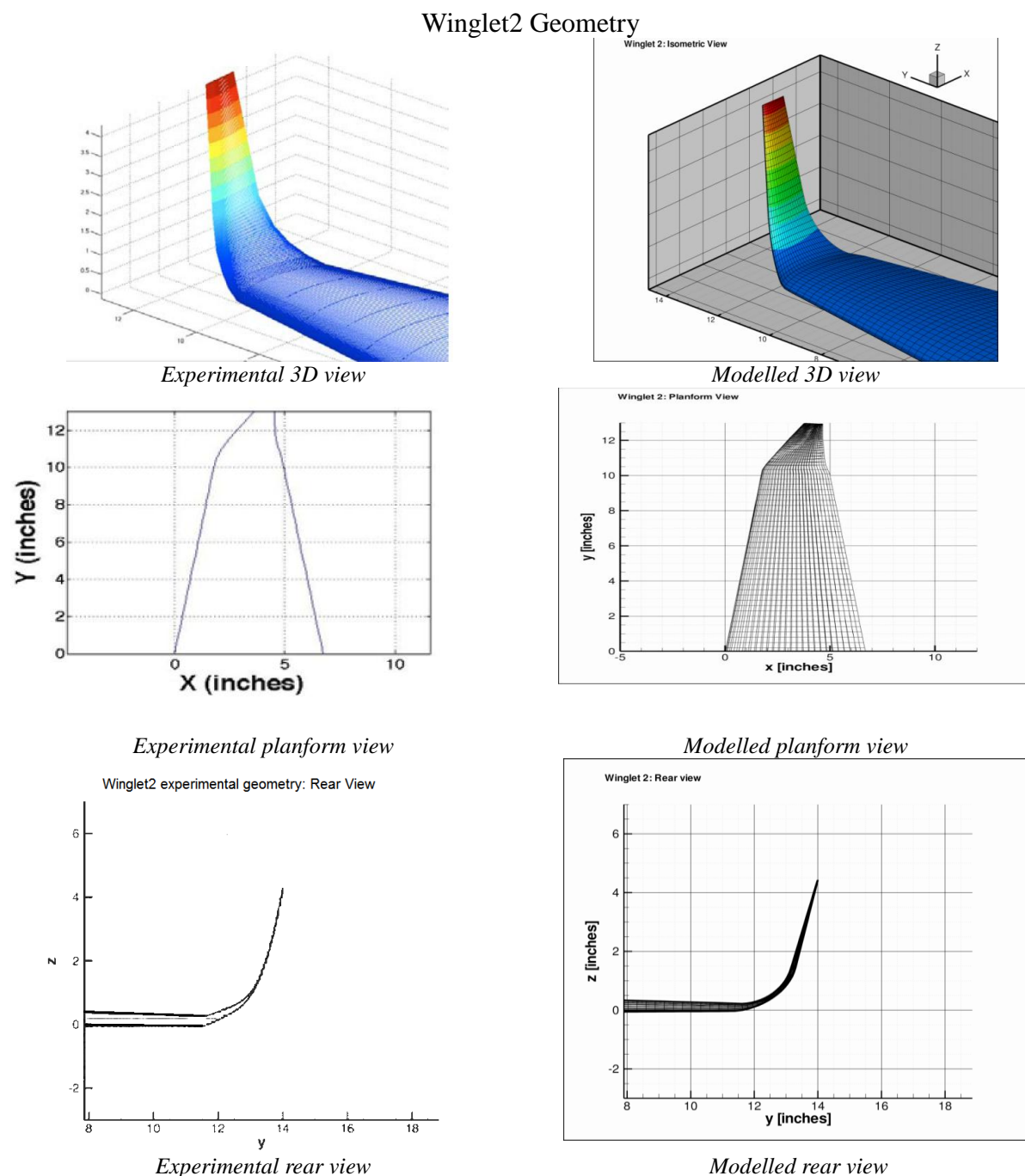


Σχήμα 4. 1 Η αεροτομή SD7032

Η αεροτομή στο Σχήμα 4.1 είναι 54 σημείων και έχει τροποποιηθεί κατάλληλα ώστε σε αντίθεση με την λογική των πυκνών LE και TE, να έχει όσο το δυνατόν πιο ομοιόμορφη πύκνωση και κατά συνέπεια στην κατασκευή του χωρικού πλέγματος να έχουμε panels με όσο το δυνατόν μικρότερο λόγο επί μήκους (AR) ώστε να αποφευχθούν οι αριθμητικές αστάθειες. Επίσης, προκειμένου να έχουμε ακρίβεια στην γεωμετρική γωνία προσβολής (AOA) είναι απαραίτητο να υπάρχει το σημείο (0,0) το οποίο δεν υπήρχε εξ' αρχής και έτσι η αεροτομή τροποποιήθηκε κατάλληλα.

4.2.2. Η γεωμετρία του Winglet 2

Στο Σχήμα 4.2 για τις διαθέσιμες όψεις από την τεχνική έκθεση, αριστερά παρατίθεται η γεωμετρία του πειράματος και δεξιά η γεωμετρία που δημιουργήθηκε για την προσομοίωσή της.

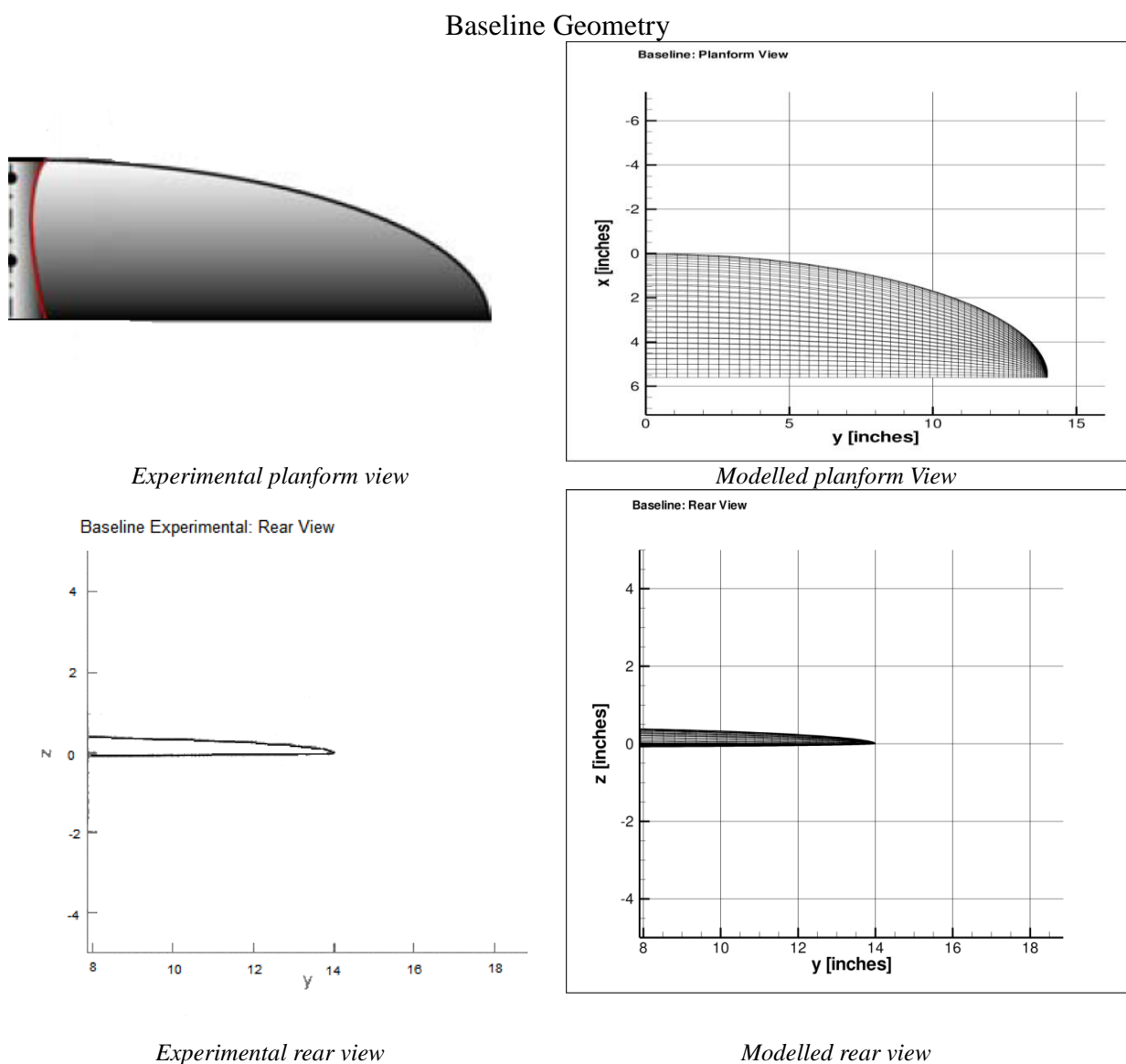


Σχήμα 4.2: Η πειραματική (αριστερά) και η μοντελοποιημένη γεωμετρία (δεξιά) του Winglet 2

Το γεωμετρικό πλέγμα σε αυτή τη περίπτωση είναι 54x73 και έχει ημιτονοειδή πυκνωση στο ακροπτερύγιο. Επίσης κάτι που δεν φαίνεται στις εικόνες είναι ότι το σώμα του winglet (κατακόρυφο κομμάτι) έχει γωνία toe = 1° (toe out).

4.2.3. Η γεωμετρία της Baseline

Αντίστοιχα για την Baseline, στο Σχήμα 4.3 γίνεται σύγκριση μεταξύ της πειραματικής και της μοντελοποιημένης γεωμετρίας. Λόγω της απλής μορφής της χρησιμοποιήθηκαν δύο όψεις αντί για τρεις.

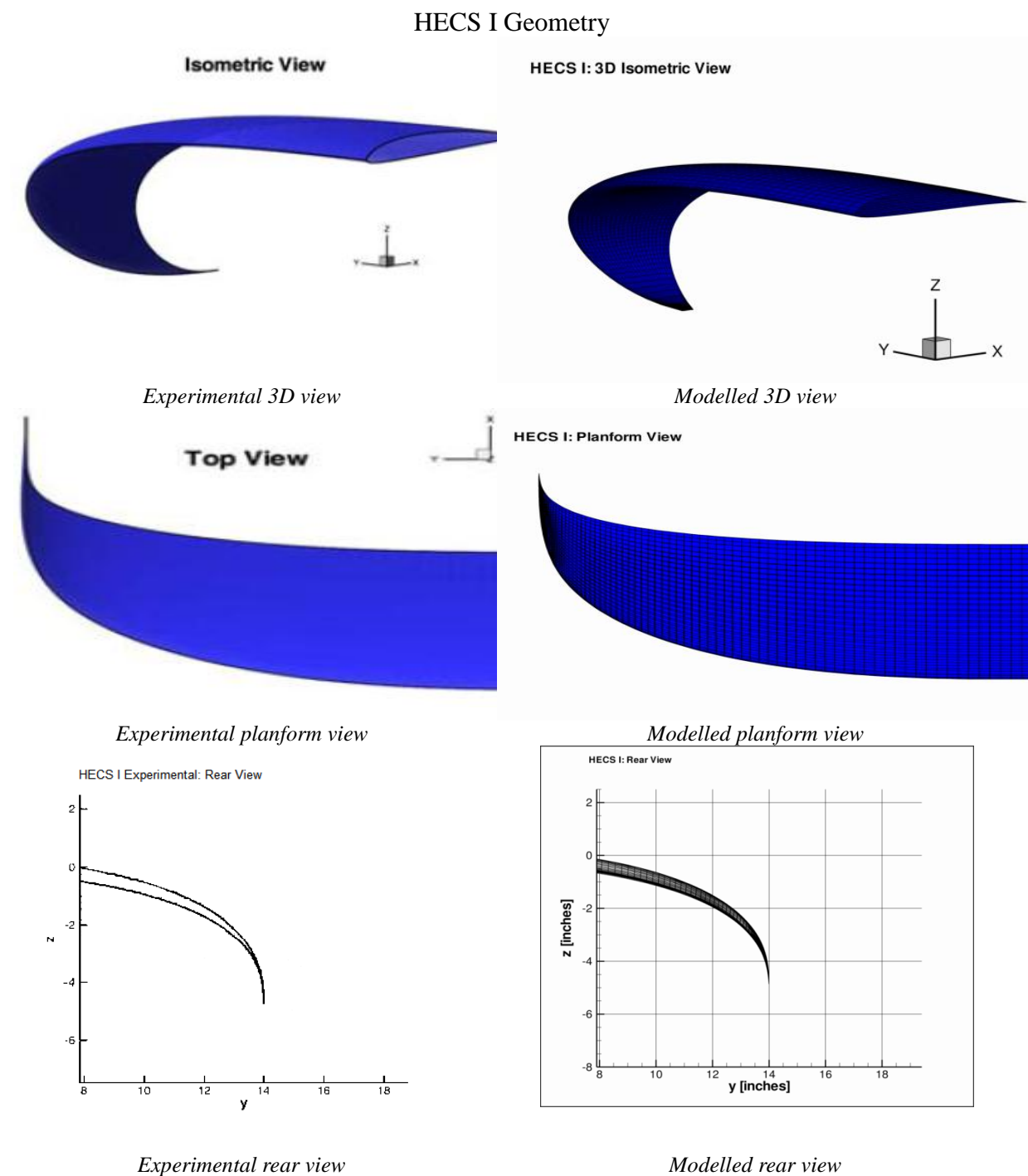


Σχήμα 4.3: Η πειραματική (αριστερά) και η μοντελοποιημένη γεωμετρία (δεξιά) για τη Baseline

Το πλέγμα έχει αριθμό στοιχείων 54x71 (λόγω του μικρότερου μήκους γενέτειρας σε σχέση με τις άλλες δύο πτέρυγες) και έχει ημιτονοειδή πυκνωση στο ακροπτερύγιο όπως φαίνεται στην κάτοψη (πάνω δεξιά). Η πυκνωση αυτή συγκρίθηκε με την ομοιόμορφη και όπως είναι λογικό έδωσε πολύ καλύτερα αποτελέσματα ιδιαίτερα όσον αφορά την κατανομή της στροβιλότητας.

4.2.4. Η γεωμετρία του HECS I

Ομοίως και για το HECS I στο Σχήμα 4.4 συγκρίνονται η πειραματική γεωμετρία (αριστερά) με τη μοντελοποιημένη (δεξιά).



Σχήμα 4.4: Η πειραματική (αριστερά) και η μοντελοποιημένη γεωμετρία (δεξιά) για το HECS I

Στην τριδιάστατη όψη (πάνω δεξιά) φαίνεται αυτό που είχε εξηγηθεί και προηγουμένως, ότι προκειμένου να είναι συμβατό και σχετικά ομοιόμορφο για το GENUVP

το πλέγμα, στο ακροπερύγιο χρειάστηκε να αποκοπεί το κομμάτι που οδηγούσε σε μηδενική χορδή και πολύ ανομοιόμορφα panels. Το πλέγμα και σε αυτή τη περίπτωση όπως και στο Winglet 2 είναι 54x73.

4.3. Σύγκριση πειραματικών και υπολογιστικών αποτελεσμάτων

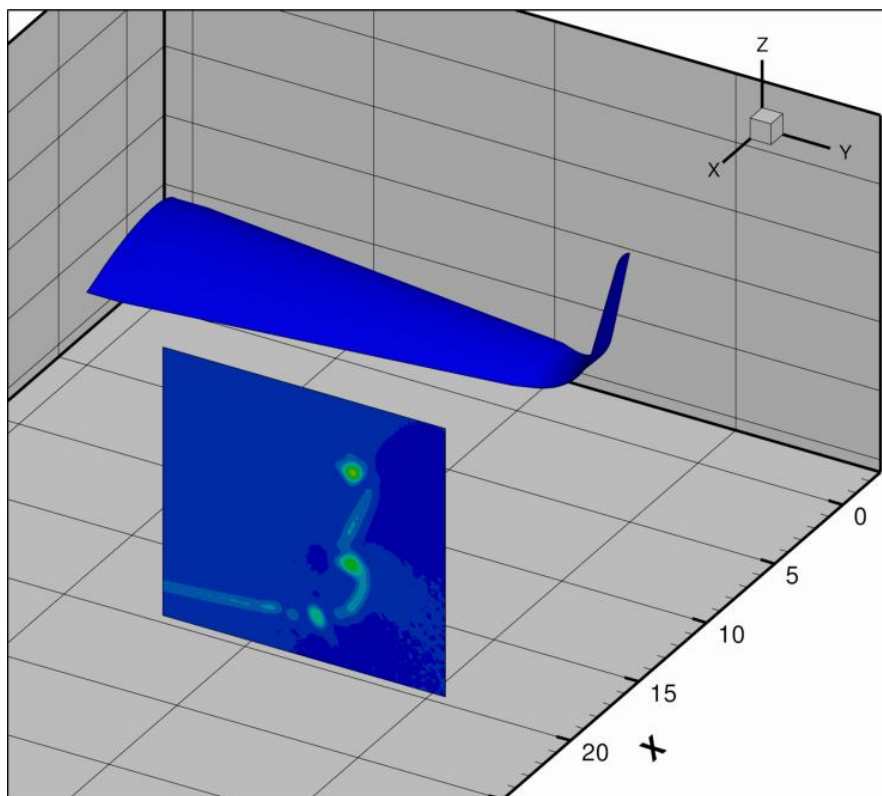
Προκειμένου να έχουμε το επιθυμητό αποτέλεσμα έγινε προσπάθεια ώστε με παρόμοια διακριτοποίηση για τις τρεις γεωμετρίες να εξάγουμε συγκρίσιμα αποτελέσματα με το πείραμα. Εφόσον όμως δεν υπάρχει συγκεκριμένος κανόνας που να υποδεικνύει τις τιμές που πρέπει να έχουν οι βασικές παράμετροι του αρχείου εισόδου του GENUVP ώστε να λαμβάνουμε αποδεκτά αποτελέσματα, χρειάστηκε να γίνουν κάποιες δοκιμές. Όπως αναφέρθηκε τα αποτελέσματα που θα συγκριθούν είναι η κανονικοποιημένη κατανομή της στροβιλότητας σε μία συγκεκριμένη θέση κατάντι της ροής (βλ. Σχήμα 4.5) που μας υποδεικνύει την ορθότητα του πεδίου ταχύτητας και ο λόγος άνωσης προς αντίσταση. Δεν επιλέχθηκε ξεχωριστά η άνοση ή ο συντελεστής άνωσης και αντίστοιχα για την αντίσταση διότι υπάρχουν ασάφειες στην έκθεση του πειράματος σχετικά με την πυκνότητα του αέρα και την επιφάνεια αναφοράς, παρόλα αυτά όπως θα φανεί στην συνέχεια αυτοί οι συντελεστές είναι πολύ κοντά στα πειραματικά αποτελέσματα. Επίσης όσον αφορά την γωνία προσβολής, αυτή επιλέχθηκε ίδια με το πείραμα και για τις τρεις πτέρυγες είναι η εξής:

- Winglet 2 AOA = 2.75°
- Baseline AOA = 1.77°
- HECS I AOA = 2.96°

και είναι η γωνία η οποία σύμφωνα με την τεχνική έκθεση παρουσίαζε τον μέγιστο λόγο L/D κατά την προκαταρκτική υπολογιστική προσομοίωση (με τη μέθοδο δινοσωλήνων) που προηγήθηκε του πειράματος. Για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται (Σχήμα 4.5) η διάταξη που έχουν στον χώρο η πτέρυγα και η αξονική θέση κατάντι στην οποία υπολογίζονται οι τρεις συνιστώσες τις ταχύτητας και μέσω αυτών η στροβιλότητα η οποία κανονικοποιείται από τον τύπο:

$$\omega_{normalized} = \frac{\omega MAC}{U_{inf}}$$

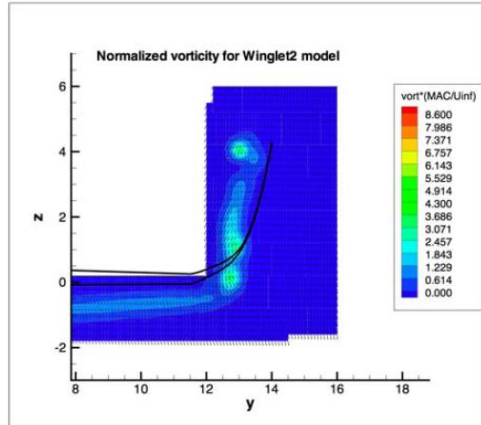
όπου MAC η μέση αεροδυναμική χορδή (διαφορετική για τις 3 πτέρυγες) και U_{inf} η επ' άπειρο ταχύτητα που είναι 50 m/sec.



Σχήμα 4.5 Η θέση της πτέρυγας και του πλάνου υπολογισμού του πεδίου ταχύτητας

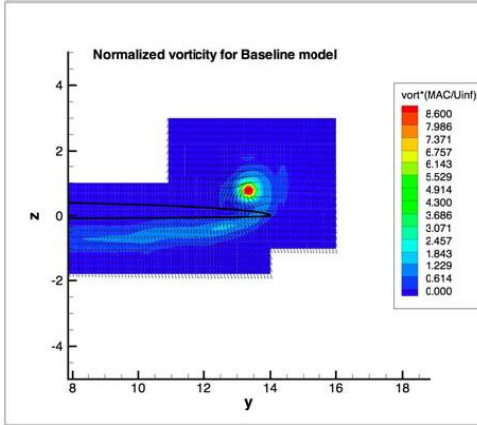
Σύμφωνα με την τεχνική έκθεση, το πλάνο (PIV) που φαίνεται και στο Σχήμα 4.5 βρίσκεται 20.375 in ($=0.5175\text{m}$) πίσω από το LE της ρίζας κάθε πτέρυγας (σημείο 0,0,0). Στο Σχήμα 4.6, αρχικά παρατίθενται τα αποτελέσματα που κρίθηκαν ως σωστότερα έχοντας πάντα σαν μέτρο σύγκρισης τα πειραματικά αποτελέσματα. Στη συνέχεια, για τις τιμές των βασικότερων παραμέτρων στο αρχείο εισόδου, δηλαδή το χρονικό βήμα DT και το cut-off length EPSO και EPSVR (ρυθμίζουν την αλληλεπίδραση των ιδιομορφιών που βρίσκονται σε κοντινή απόσταση μεταξύ τους) από τα γεωμετρικά πλέγματα, παραθέτουμε και για τις τρεις γεωμετρίες μία σύγκριση ως προς το χρονικό βήμα DT κρατώντας ίδια τα EPS (Σχήμα 4.7) και έπειτα μία αντίστοιχη σύγκριση για το EPS με ίδιο χρονικό βήμα (Σχήμα 4.8).

Experimental Normalized Vorticity for Winglet2



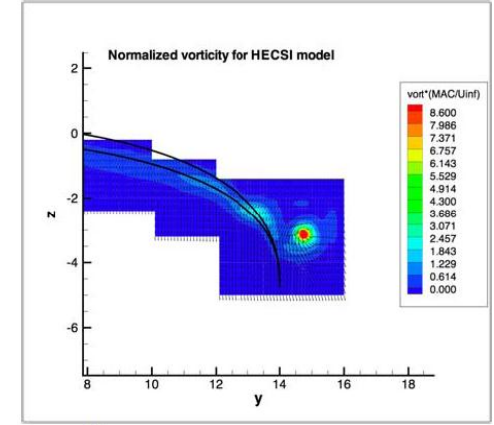
L/D = 26.26

Experimental Normalized Vorticity for Baseline

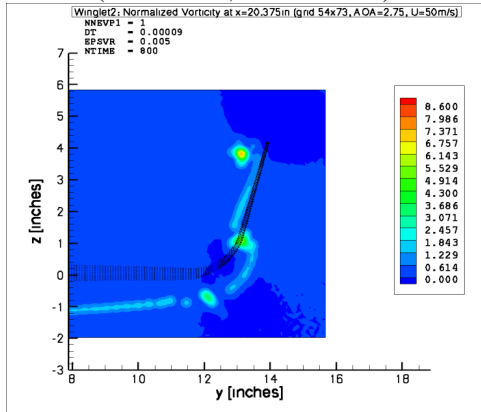


L/D = 25.45

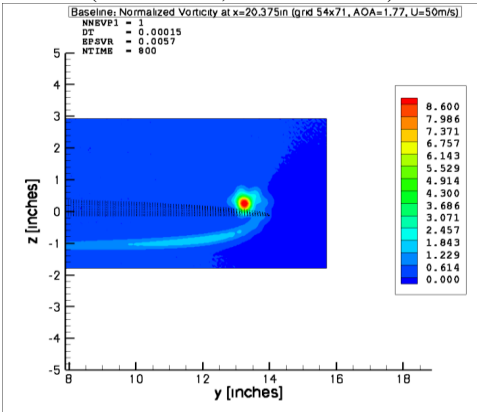
Experimental Normalized Vorticity for HECS I



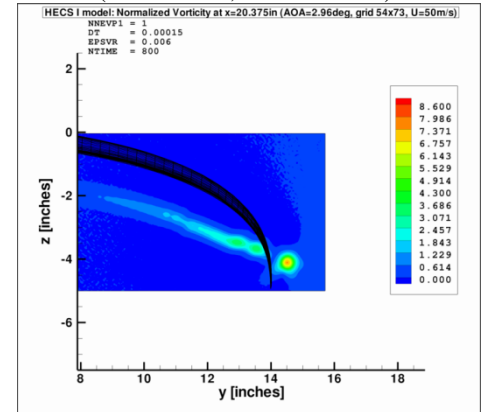
L/D = 27.38

GENUVP Normalized Vorticity for Winglet2
(DT=0.00009, EPSVR=0.005)

L/D = 26.13

GENUVP Normalized Vorticity for Baseline
(DT=0.00015, EPSVR=0.0057)

L/D = 28.12

GENUVP Normalized Vorticity for HECS I
(DT=0.00015, EPSVR=0.006)

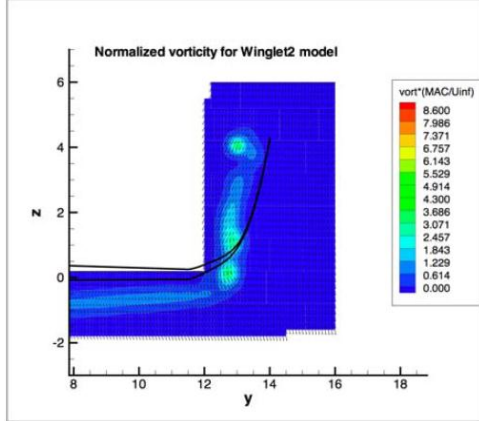
L/D = 28.38

Σχήμα 4.6: Κανονικοποιημένη κατανομή στροβιλότητας και λόγος άνωσης προς αντίσταση για τις 3 γεωμετρίες

Προκειμένου να επιλέξουμε τις δοκιμές με τα σωστότερα αποτελέσματα για κάθε πτέρυγα λήφθηκε υπόψη τόσο η στροβιλότητα όσο και ο λόγος L/D χωρίς όμως απαραίτητα όταν η στροβιλότητα είναι σωστή να είναι και το L/D ή το αντίστροφο. Αυτό μας οδήγησε σε μια μέση λύση ώστε να είναι και οι δύο αυτές μεταβλητές πιο κοντά στο πείραμα. Όσον αφορά τη στροβιλότητα, παρατηρούμε ότι είναι αρκετά όμοια με το πείραμα ειδικά λαμβάνοντας υπόψη ότι η μέθοδος βασίζεται στη μη συνεκτική θεώρηση του ρευστού και είναι πολλές φορές οικονομικότερη υπολογιστικά από μία αντίστοιχη μέθοδο CFD όπως θα αναλυθεί και στην Παράγραφο 4.4.3 για την χρονική σύγκλιση της μεθόδου.

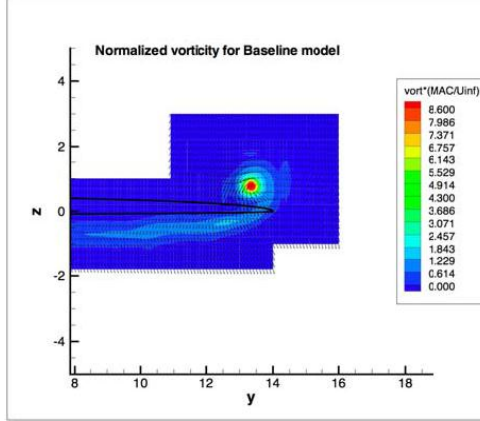
Όσον αφορά τον λόγο L/D , αναφέρουμε ότι είναι άμεσα εξαρτώμενος από τα αποτελέσματα των συνεκτικών διορθώσεων που μας δίνει το XFOIL και εισάγονται στο GENUVP. Έτσι η απόκλιση που παρατηρείται στην φαινομενικά απλούστερη Baseline οφείλεται κυρίως στο ότι το ακροπτερύγιο της, έχοντας πολύ μικρές χορδές δημιουργεί και πολύ χαμηλούς αριθμούς Reynolds (~ 20000) που ειδικά για το XFOIL είναι απαγορευτικοί και επηρεάζουν άμεσα την αξιοπιστία των συνεκτικών διορθώσεων. Επομένως δικαιολογείται η εν λόγω απόκλιση στην Baseline όπως και η αρκετά μικρότερη (στα όρια του πειραματικού σφάλματος ± 0.8) απόκλιση για την HECS I όπου και εκεί έχουμε χαμηλούς αριθμούς Reynolds στο ακροπτερύγιο.

Experimental Normalized Vorticity for Winglet2



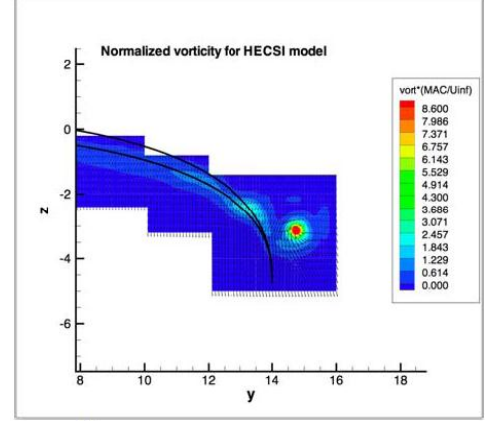
L/D = 26.26

Experimental Normalized Vorticity for Baseline

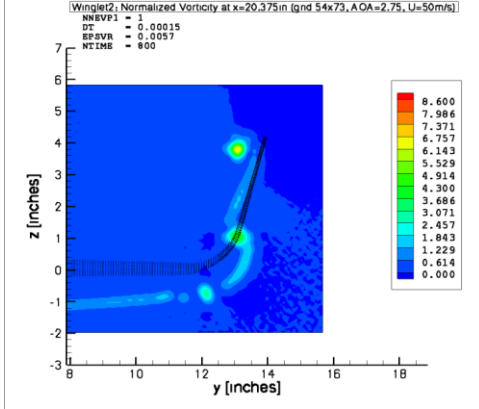


L/D = 25.45

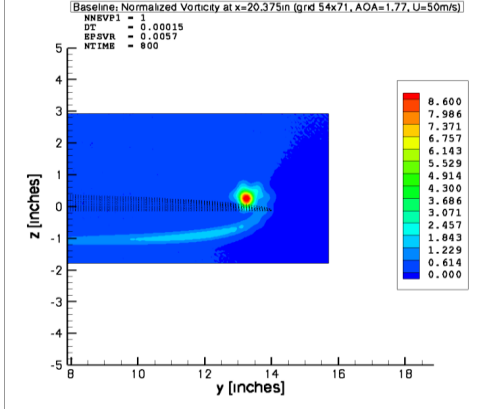
Experimental Normalized Vorticity for HECS I



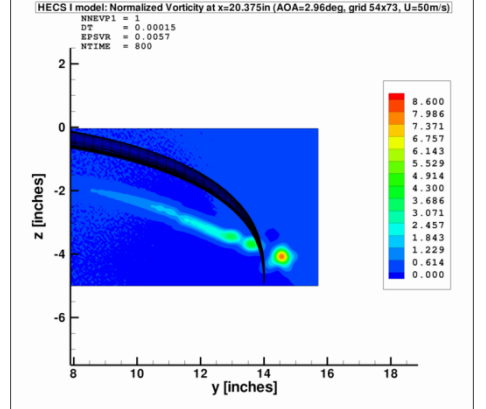
L/D = 27.38

GENUVP Normalized Vorticity for Winglet2
(DT=0.00015, EPSVR=0.0057)

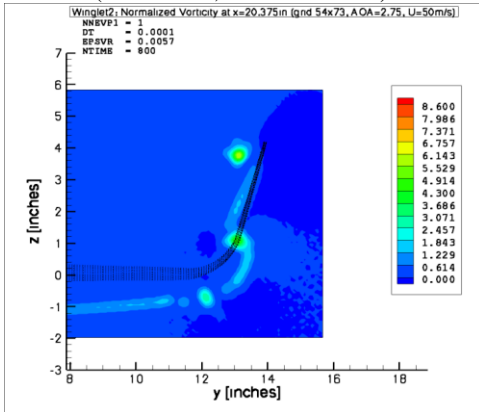
L/D = 26.94

GENUVP Normalized Vorticity for Baseline
(DT=0.00015, EPSVR=0.0057)

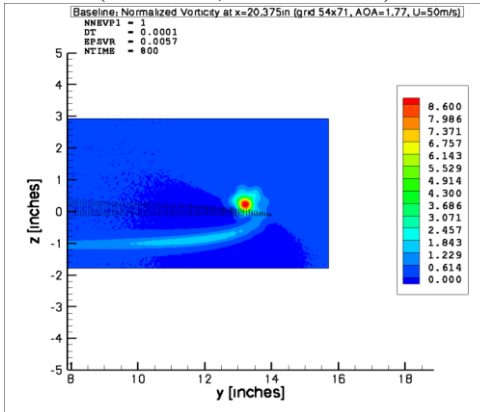
L/D = 28.12

GENUVP Normalized Vorticity for HECS I
(DT=0.00015, EPSVR=0.0057)

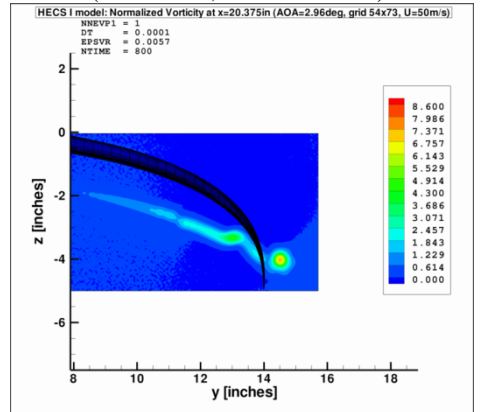
L/D = 29.59

GENUVP Normalized Vorticity for Winglet2
(DT=0.0001, EPSVR=0.0057)

L/D = 27.00

GENUVP Normalized Vorticity for Baseline
(DT=0.0001, EPSVR=0.0057)

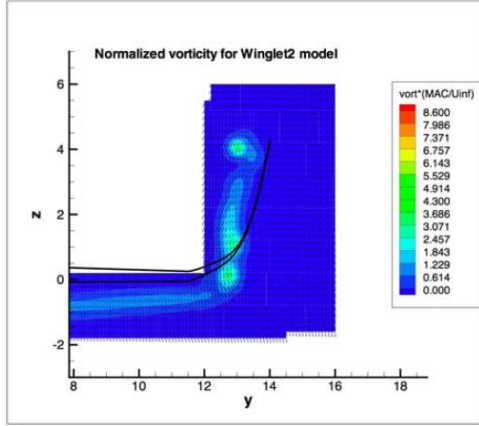
L/D = 29.22

GENUVP Normalized Vorticity for HECS I
(DT=0.0001, EPSVR=0.0057)

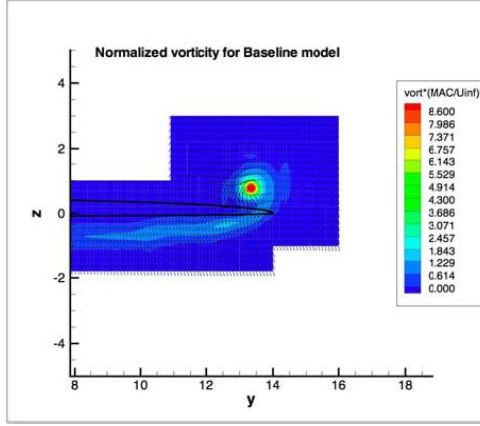
L/D = 30.75

Σχήμα 4.7: Κανονικοποιημένη κατανομή στροβιλότητας και λόγος άνωσης προς αντίσταση για τις 3 γεωμετρίες (σύγκριση ως προς DT)

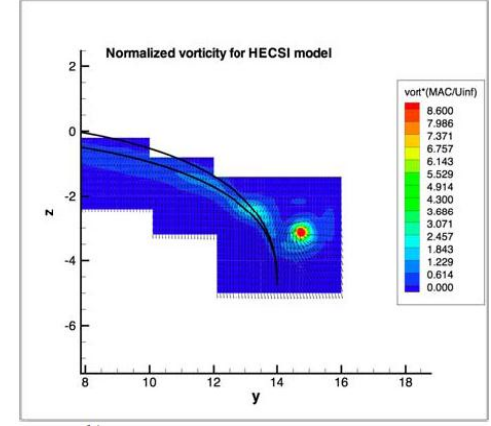
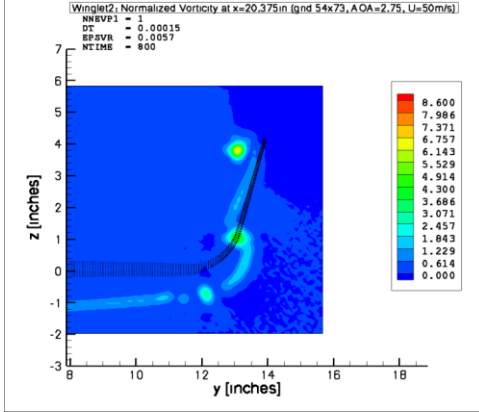
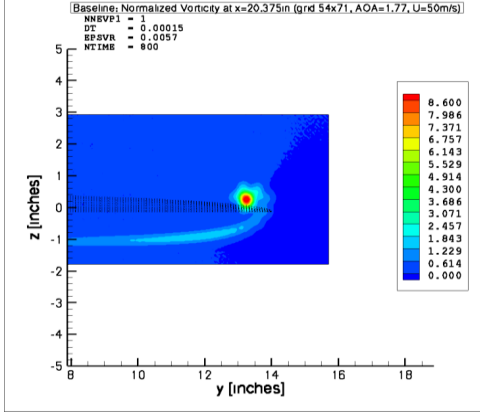
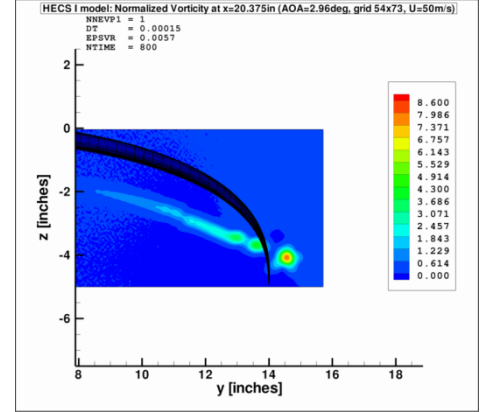
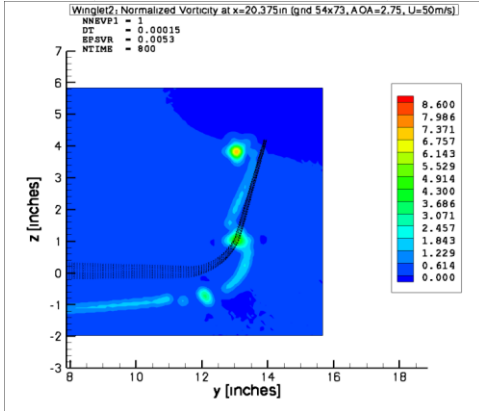
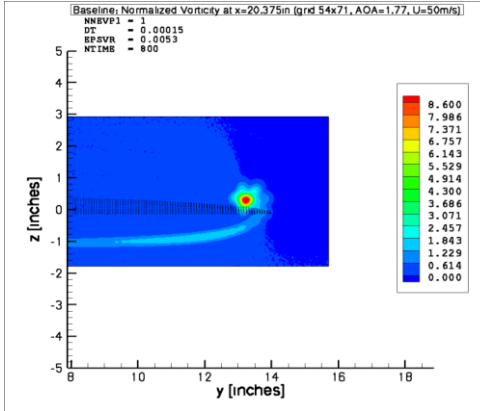
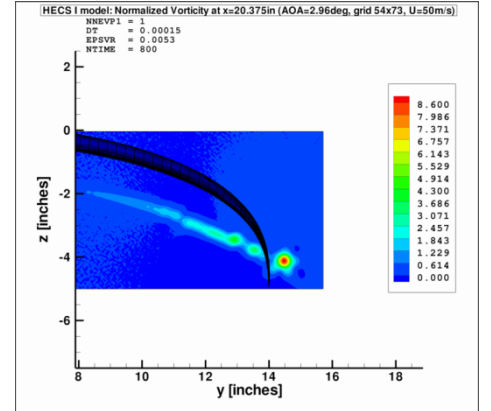
Experimental Normalized Vorticity for Winglet2



Experimental Normalized Vorticity for Baseline



Experimental Normalized Vorticity for HECS I

GENUVP Normalized Vorticity for Winglet2
(DT=0.00015, EPSVR=0.0057)GENUVP Normalized Vorticity for Baseline
(DT=0.00015, EPSVR=0.0057)GENUVP Normalized Vorticity for HECS I
(DT=0.00015, EPSVR=0.0057)GENUVP Normalized Vorticity for Winglet2
(DT=0.00015, EPSVR=0.0053)GENUVP Normalized Vorticity for Baseline
(DT=0.00015, EPSVR=0.0053)GENUVP Normalized Vorticity for HECS I
(DT=0.00015, EPSVR=0.0053)

Σχήμα 4.8: Κανονικοποιημένη κατανομή στροβιλότητας και λόγος άνωσης προς αντίσταση για τις 3 γεωμετρίες (σύγκριση ως προς EPS)

Με τη βοήθεια των σχημάτων 4.7 και 4.8 μπορούμε να συμπεράνουμε ότι οι τιμές των DT και EPS που έδωσαν τα καλύτερα αποτελέσματα για κάθε γεωμετρία είναι:

- Winglet 2 : DT = 0.00009 και EPS = 0.0057
- Baseline : DT = 0.00015 και EPS = 0.0057
- HECS I : DT = 0.00015 και EPS = 0.006

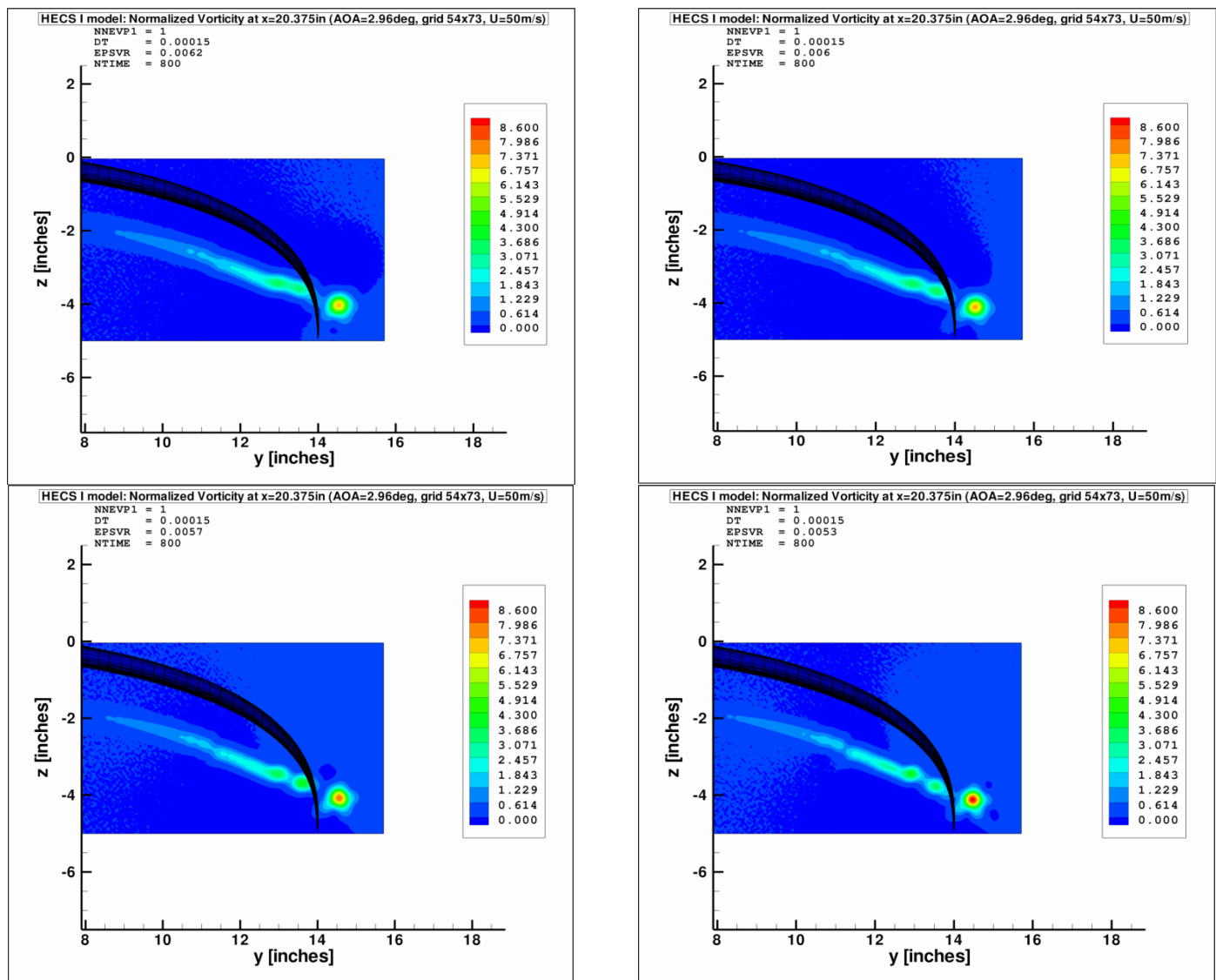
Καταλήγουμε λοιπόν στο συμπέρασμα ότι στην παραμετρική ανάλυση για πτέρυγες με winglet θα χρησιμοποιηθούν οι παράμετροι που έδωσαν τα καλύτερα αποτελέσματα στο Winglet 2. Επιπλέον σε όλους τους υπολογισμούς που έγιναν θεωρήσαμε ότι η στροβιλότητα κάθε στοιχείου του κοντινού ομόρρου ολοκληρώνεται σε ένα στοιχείο στροβιλότητας (παράμετρος NNEVP1=1). Όμως προτού καταλήξουμε στην τιμή NNEVP1=1 είχαν γίνει αντίστοιχες δοκιμές με NNEVP1=3 (δηλαδή ολοκλήρωση με δύο στοιχεία στροβιλότητας) που όμως δεν έδωσαν καλύτερα αποτελέσματα και ως πιο χρονοβόρες απορρίφθηκαν στην συνέχεια της ανάλυσης. Πιο αναλυτικά στοιχεία για την επίδραση αυτών των παραμέτρων παρουσιάζονται στην Παράγραφο 4.4.1.

4.4. Επιπρόσθετα στοιχεία και συμπεράσματα επί των υπολογιστικών αποτελεσμάτων

Στις επόμενες παραγράφους θα παρουσιαστούν κάποια συμπεράσματα από άλλες δοκιμές που έγιναν με τις γεωμετρίες Winglet 2 και HECS I. Τονίζεται ότι ανεξάρτητα από ποια γεωμετρία προκύπτουν, τα παρακάτω συμπεράσματα ισχύουν για κάθε γεωμετρία που εισάγεται στο GENUVP.

4.4.1. Οι παράμετροι EPSO, EPSVR και NNEVP1

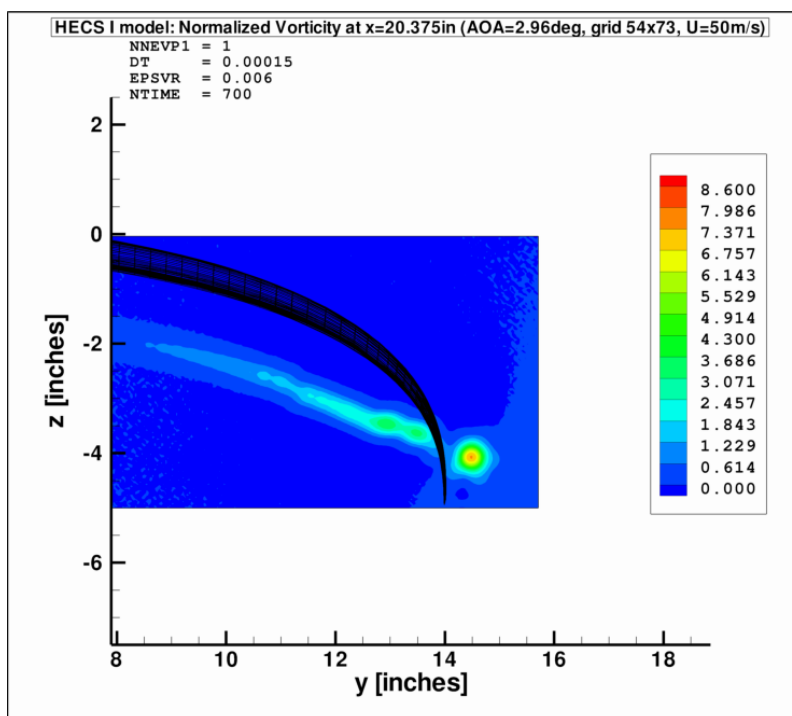
Στις εικόνες του σχήματος 4.9 γίνεται μία σύγκριση της στροβιλότητας για 4 τιμές των cut-off lengths (EPS).



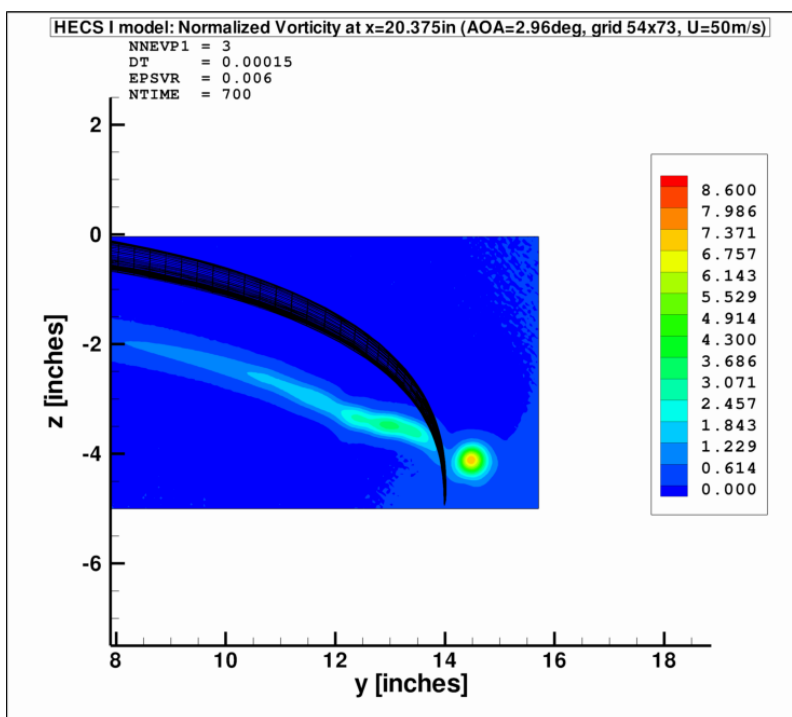
Σχήμα 4.9: Κανονικοποιημένη κατανομή στροβιλότητας με παράμετρο το EPSVR

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.9, μειώνοντας την τιμή του EPSVR από 0.0062 σε 0.0053 για σταθερό χρονικό βήμα έχουμε αντίστοιχη αύξηση των τιμών της στροβιλότητας. Αυτό οφείλεται στο ότι το μικρότερο cut-off length (EPSVR) επιτρέπει εντονότερη αλληλεπίδραση μεταξύ των στοιχείων στροβιλότητας (vortex particles). Επίσης σύμφωνα με την Παράγραφο 4.3 το EPS επιδρά στον λόγο L/D καθώς και στις δυνάμεις της άνωσης και της αντίστασης ξεχωριστά, όπου μειώνοντας το EPSVR αυξάνονται οι τιμές τους.

Τέλος, γίνεται μια σύγκριση για την παράμετρο NNEVP1 μεταξύ των τιμών 1 και 3 όπου για την τιμή 1 στο Σχήμα 4.10 παράγεται ένα στοιχείο στροβιλότητας (vortex particle) ανά panel (στο κέντρο του) ενώ για την τιμή 3 στο Σχήμα 4.11 παράγονται 2 (ένα στο κέντρο και ένα στη μία άκρη).



Σχήμα 4.10 Κατανομή στροβιλότητας για NNEVP1=1



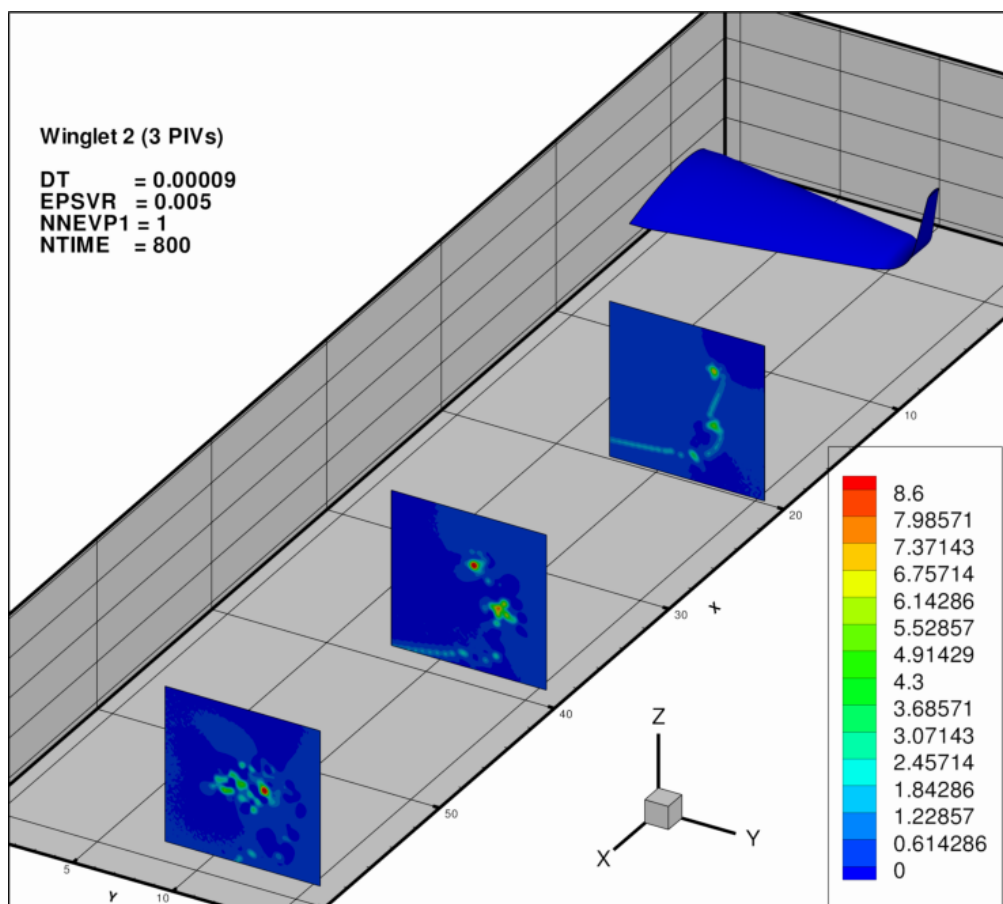
Σχήμα 4.11 Κατανομή στροβιλότητας για NNEVP1=3

Όπως φαίνεται στις δύο εικόνες, οι διαφορές είναι πρακτικά αμελητέες και έχουν να κάνουν κυρίως με την ένταση του κύριου στροβίλου όπου για NNEVP1=3 έχουμε μικρότερη

ένταση ενώ σύμφωνα με το πείραμα η ένταση είναι μεγαλύτερη και από τις δύο αυτές κατανομές. Όμως η διαφορά στον υπολογιστικό χρόνο δεν είναι αμελητέα και έτσι σε όλες τις περιπτώσεις επιλέχθηκε $NNEVP1=1$.

4.4.2. Η κατανομή της στροβιλότητας σε άλλες θέσεις

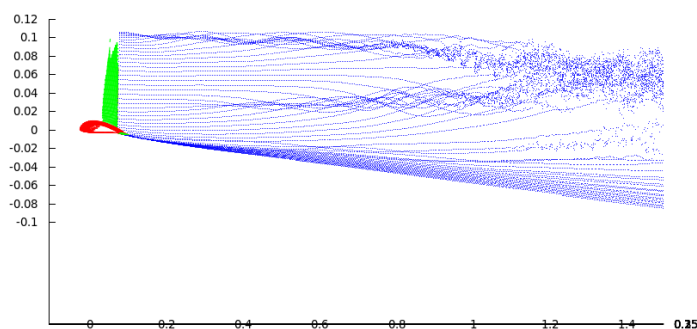
Σε όλες τις προηγούμενες κατανομές στροβιλότητας που παρουσιάστηκαν η θέση υπολογισμού της είναι στα 0.5175m ($=20.375\text{in}$) κατάντι της ροής. Στο Σχήμα 4.12 παρουσιάζεται πώς εξελίσσεται στον χώρο (συγκεκριμένα 1m και 1.5m κατάντι) η κατανομή της στροβιλότητας για το Winglet 2.



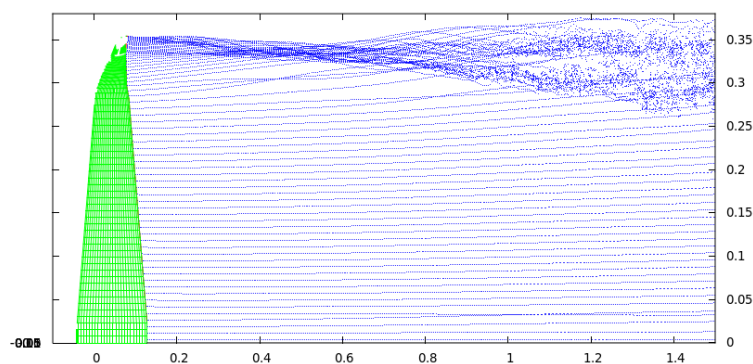
Σχήμα 4.12 Η χωρική εξέλιξη της στροβιλότητας για το Winglet 2

Σημειώνεται ότι στην παραπάνω εικόνα οι χωρικές διαστάσεις είναι σε inches. Το κοντινότερο στην πτέρυγα ($x = 20.375\text{in} = 0.5175\text{m}$) PIV πλάνο είναι αυτό που παρουσιάστηκε και στις προηγούμενες αναλύσεις όπου έχουμε 3 στροβίλους μέτριας έντασης όπως έχει βρεθεί και στο αντίστοιχο πείραμα. Στο δεύτερο PIV πλάνο ($x = 39.37\text{in} = 1\text{m}$) φαίνεται ότι οι δύο στροβίλοι στη γωνία του winglet έχουν ενωθεί και ο τρίτος στο ακροπερύγιο έχει ισχυροποιηθεί και μετακινηθεί προς τη ρίζα της πτέρυγας. Αυτό είναι λογικό αφού λόγω της διαφοράς πιέσεων το ρευστό αποκτά μια αντιστροφική φορά περιστροφής μετακινώντας τους τρεις στροβίλους κατ' αυτή τη φορά. Στο τρίτο και τελευταίο PIV πλάνο ($x = 59.055\text{in} = 1.5\text{m}$) που είναι περίπου 10 χορδές κατάντι, η στροβιλότητα πλέον

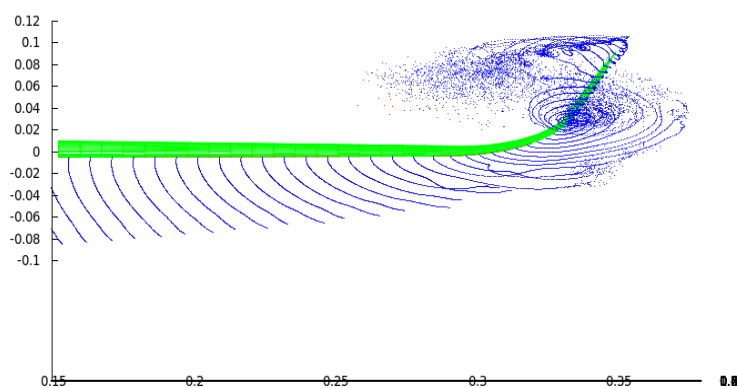
έχει ακανόνιστη μορφή με έναν κύριο στρόβιλο υψηλότερης έντασης και αρκετούς κοντά σε αυτόν με μέτρια ένταση. Στα σχήματα 4.13-4.15 παρουσιάζεται ο ομόρρους για την ίδια δοκιμή που έχει σχηματιστεί μέχρι και περίπου 11M.A.C (=1.5m) κατάντι.



Σχήμα 4.13 Ο ομόρρους για το Winglet 2 (πλάγια όψη)



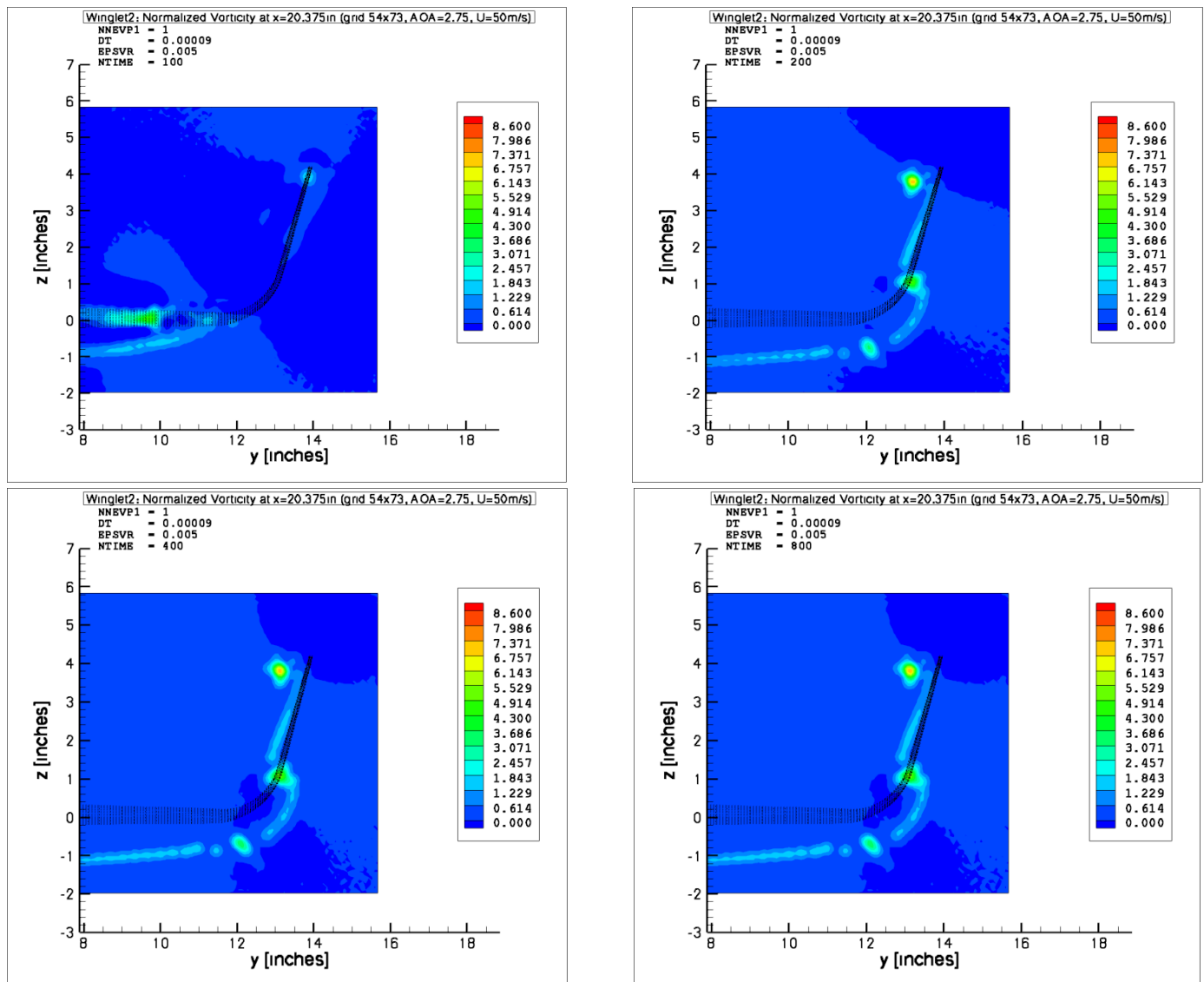
Σχήμα 4.14 Ο ομόρρους για το Winglet 2 (κάτοψη)



Σχήμα 4.15 Ο ομόρρους για το Winglet 2 (πίσω όψη)

4.4.3. Η χρονική σύγκλιση της μεθόδου

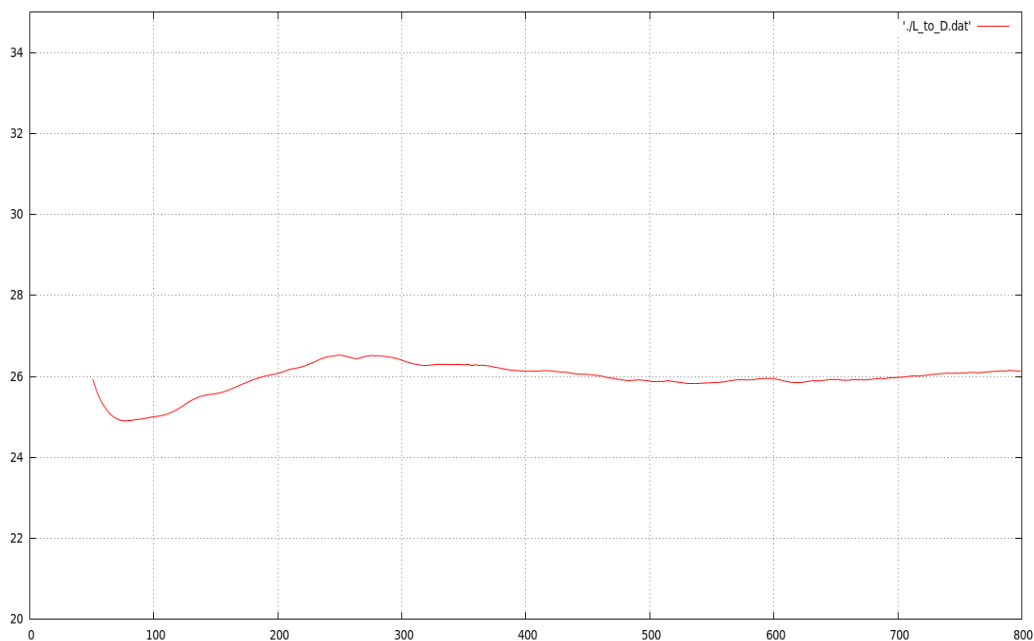
Προκειμένου να έχουμε μια εικόνα για την χρονική σύγκλιση της μεθόδου παρουσιάζεται η εξέλιξη της στροβιλότητας στα χρονικά βήματα $NTIME = 100, 200, 400$ και 800 (Σχήμα 4.16) καθώς και οι μεταβολές του λόγου L/D , της άνωσης (χωρίς συνεκτικές διορθώσεις) και του συντελεστή πίεσης CP .



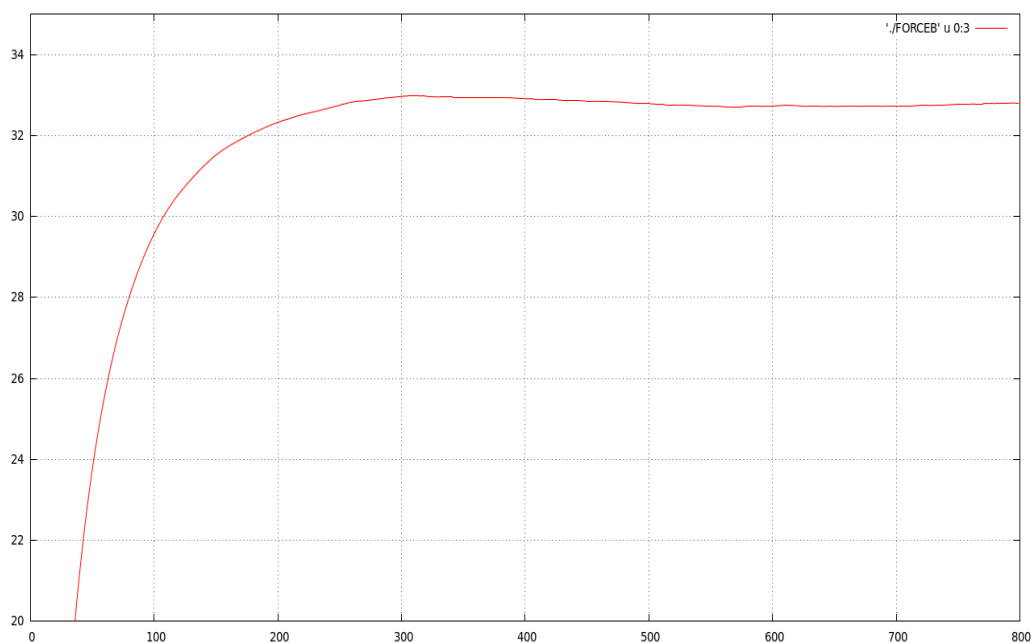
Σχήμα 4.16: Κανονικοποιημένη κατανομή στροβιλότητας με παράμετρο το EPSVR

Όπως φαίνεται από το χρονικό βήμα 200 και μετά, τα αποτελέσματα για την στροβιλότητα δεν αλλάζουν αισθητά επομένως για την πρόλεξη της στροβιλότητας 200-400 χρονικά βήματα είναι επαρκή, ακόμα και για το αρκετά μικρό (σχετικά) χρονικό βήμα $DT = 0.00009$. Όμως οι δυνάμεις όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.17 χρειάζονται περισσότερα από 400 χρονικά βήματα για να συγκλίνουν θεωρώντας τα 800 την καλύτερη επιλογή ανάμεσα στην επιθυμητή σύγκλιση και στον υπολογιστικό χρόνο ο οποίος σε κάθε βήμα αυξάνει μη γραμμικά λόγω του μεγάλου όγκου αποτελεσμάτων που συσσωρεύονται.

Για τις ίδιες παραμέτρους εισόδου ($DT = 0.00009$, $EPSVR = 0.005$) παρατίθενται τα διαγράμματα λόγου άνωσης προς αντίσταση και της άνωσης χωρίς συνεκτικές διορθώσεις σε συνάρτηση με το χρονικό βήμα. Σημειώνεται ότι τα πρώτα 50 περίπου βήματα δεν εμφανίζονται γιατί οι ακραίες τιμές των μεγεθών στα πρώτα βήματα παραποιούν τα διαγράμματα.



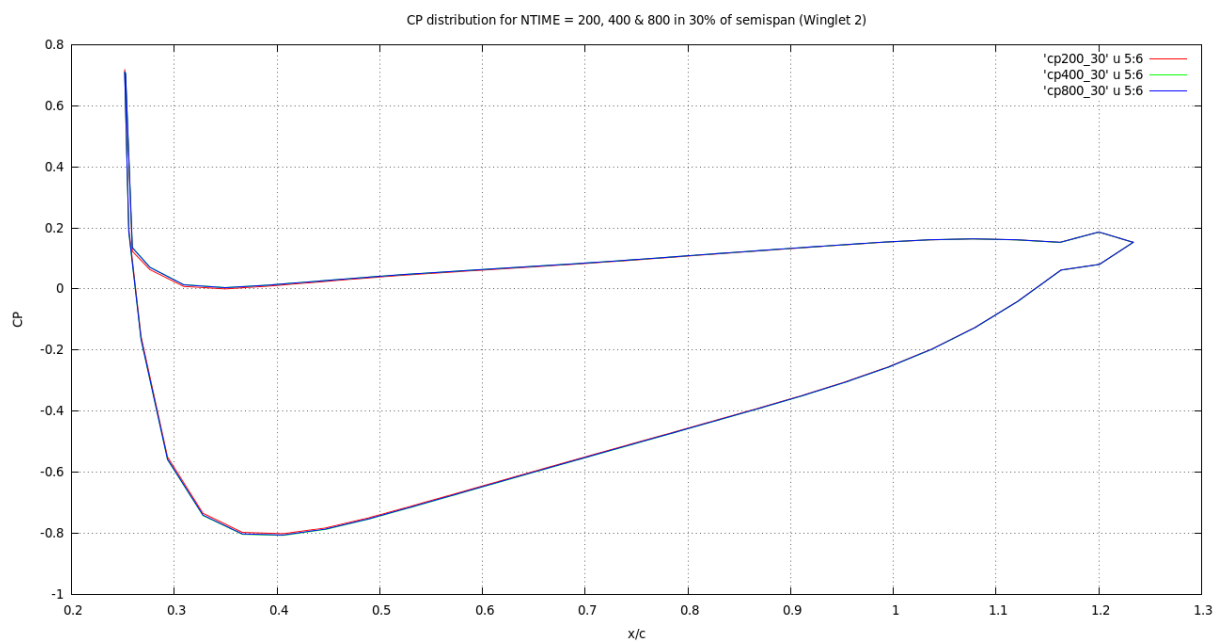
Σχήμα 4.17 Η χρονική εξέλιξη του λόγου άνωσης προς αντίσταση (L/D)



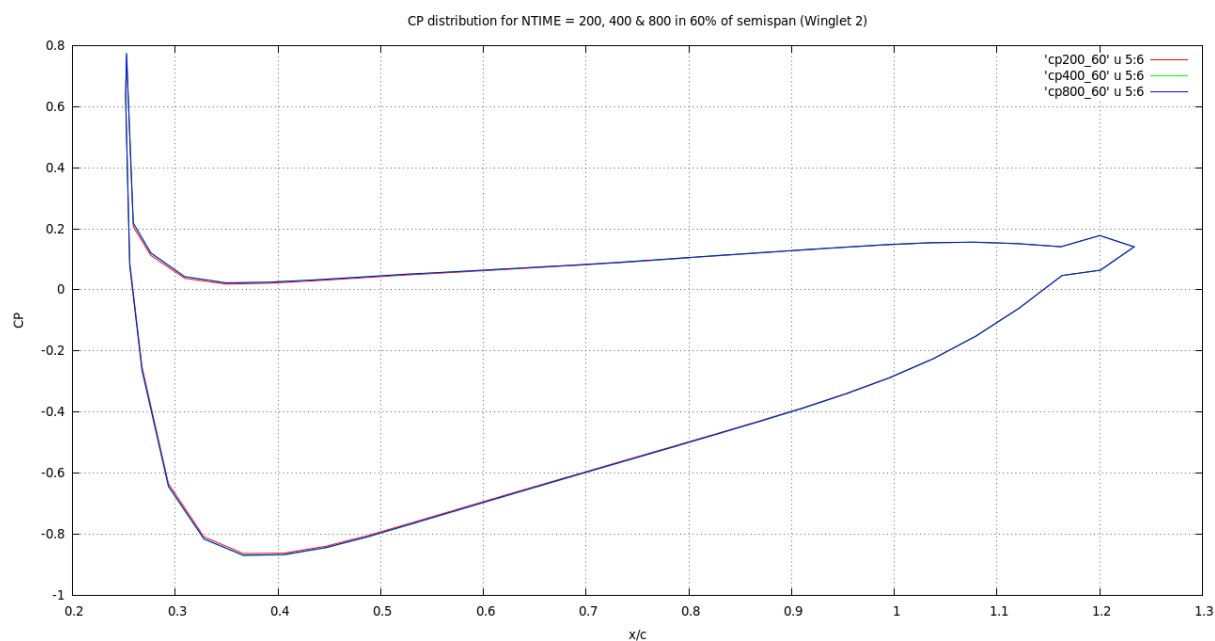
Σχήμα 4. 18 Η χρονική σύγκλιση της άνωσης (χωρίς τις συνεκτικές διορθώσεις)

Παρατηρούμε και στις δύο περιπτώσεις (L/D και άνωση) ότι τα μεγέθη αυτά έχουν συγκλίνει ως προς την εξέλιξή τους στον χρόνο. Τέλος, για λόγους πληρό-

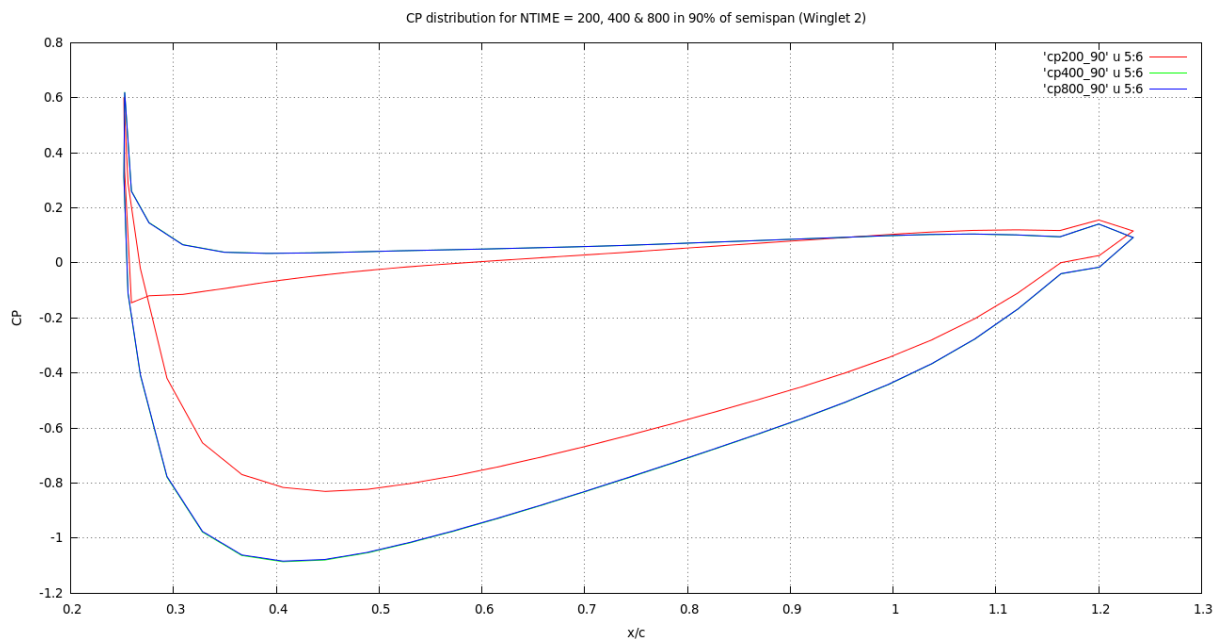
τητας παρατίθενται τα διαγράμματα κατανομής της πίεσης (CP) για το 30, 60 και 90% του εκπετάσματος στα χρονικά βήματα 400 και 800.



Σχήμα 4.19 Η κατανομή της πίεσης στο 30% του εκπετάσματος για τα τρία χρονικά βήματα



Σχήμα 4.20 Η κατανομή της πίεσης στο 60% του εκπετάσματος για τα τρία χρονικά βήματα

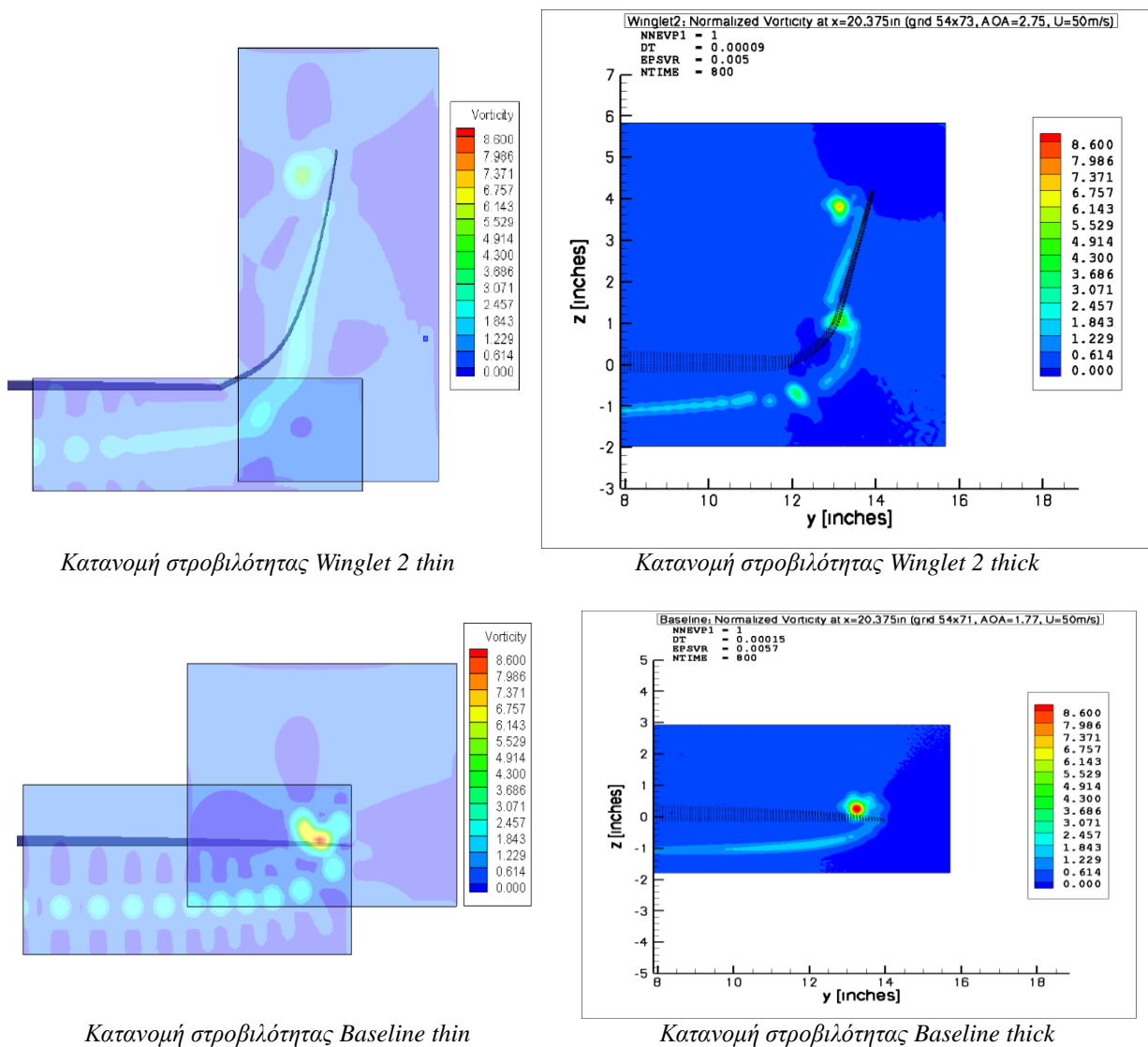


Σχήμα 4.21 Η κατανομή της πίεσης στο 90% του εκπετάσματος για τα τρία χρονικά βήματα

Όπως και με την στροβιλότητα έτσι και για την κατανομή της πίεσης, η μέθοδος έχει συγκλίνει και μάλιστα από τα 400 βήματα. Όπως εξηγήθηκε, ο λόγος που έγιναν 800 βήματα σε κάθε τρέξιμο είναι γιατί οι δυνάμεις χρειάζονται πολύ περισσότερα χρονικά βήματα για να σταθεροποιηθούν. Επίσης αξίζει να σημειωθεί ότι η σύγκλιση είναι πολύ πιο σύντομη για τις θέσεις στο 30% και στο 60% και αυτό είναι αναμενόμενο λόγω της μικρότερης επίδρασης του στροβίλου του ακροπτερυγίου.

4.4.4. Σύγκριση με προγενέστερη προσπάθεια αντίστοιχης προσομοίωσης

Στο τέλος αυτού του κεφαλαίου γίνεται μία σύγκριση με την αντίστοιχη προσπάθεια που είχε γίνει από τον Κ. Κουλουρά στη μεταπτυχιακή του εργασία [7] για τις πτέρυγες Winglet 2 και Baseline. Σημειώνεται ότι η γεωμετρία που είχε δημιουργηθεί τότε ήταν αναπαριστούσε τη μέση επιφάνεια της πτέρυγας ως λεπτή ανωστική επιφάνεια (thin) σε αντίθεση με την παρούσα που λαμβάνει υπόψη τη ρεαλιστική γεωμετρία της πτέρυγας (thick). Η θεώρηση της γεωμετρίας με πάχος είναι πιο ακριβής όπως είναι λογικό αλλά και πολύ πιο χρονοβόρα αφού παράγονται τουλάχιστον οι διπλάσιοι βαθμοί ελευθερίας. Η σύγκριση γίνεται εύκολα παρατηρώντας τις εικόνες του σχήματος 4.22.



Σχήμα 4.22: Κανονικοποιημένη κατανομή στροβιλότητας της thin και της thick γεωμετρίας

Έχοντας ως σημείο αναφοράς το πείραμα, με την thick θεώρηση της γεωμετρίας η οποία σημειώνεται ότι έχει και πιο πυκνό πλέγμα έχουμε βελτιωμένα αποτελέσματα ως προς τη θέση και την ένταση των στροβίλων τόσο για το Winglet 2 όσο και για την Baseline πτέρυγα.

4.5. Σύνοψη των αποτελεσμάτων

Στο 4ο κεφάλαιο κάναμε μια σύγκριση των αποτελεσμάτων που δίνει το GENUVP για την κατανομή της στροβιλότητας και τον λόγο L/D με το πείραμα πάνω σε τρεις διαφορετικές γεωμετρίες. Συνοψίζοντας τα αποτελέσματα της ανάλυσης αναφέρουμε τα εξής:

Winglet 2

Η πτέρυγα Winglet 2 προσομοιώθηκε ικανοποιητικά τόσο όσον αφορά την κατανομή της κανονικοποιημένης στροβιλότητας όσο και τον λόγο άνωσης προς αντίσταση L/D .

HECS I

Η υπερ-ελλειπτική πτέρυγα HECS I είχε απόκλιση τόσο στον λόγο L/D όσο και στην κατανομή της στροβιλότητας με πιθανότερη αιτία την διαφοροποίηση στην γεωμετρία λόγω ασάφειας των αναλυτικών εξισώσεων που την διέπουν (βλ. Παράγραφος 3.3)

Baseline

Για την ελλειπτική πτέρυγα Baseline η μέθοδος έδωσε αρκετά ικανοποιητικά αποτελέσματα για την κατανομή της στροβιλότητας παρόλα αυτά όμως παρουσιάστηκε σημαντική απόκλιση στον λόγο L/D . Αυτό πιθανότατα οφείλεται στο γεγονός ότι οι χαμηλοί αριθμοί Reynolds που εμφανίζονται κοντά στο ακροπερύγιό της καθιστούν αδύνατη την εξαγωγή συνεκτικών συντελεστών (C_L και C_D) από το XFOIL και έτσι επηρεάζονται σημαντικά οι συνεκτικές διορθώσεις του GENUVP.

Κεφάλαιο 5: Παραμετρική ανάλυση των πτερύγων με Winglet

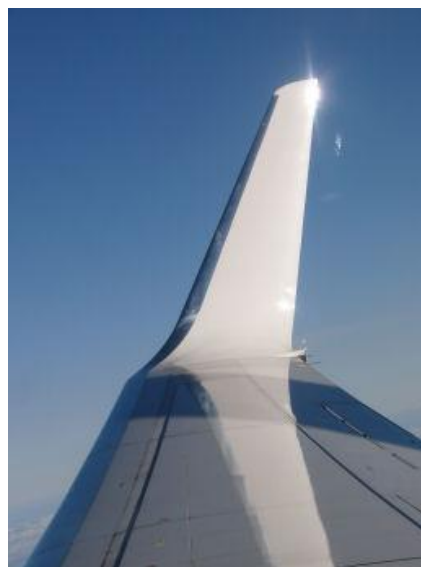
5.1. Σύγχρονες τάσεις σχεδιασμού των Winglets

Όπως είναι γνωστό οι δύο κυρίαρχες εταιρείες στον χώρο των επιβατικών αεροσκαφών είναι η Airbus και η Boeing. Οι δύο αυτές εταιρείες έχουν εξελίξει και ακόμα εξελίσσουν τα winglets τους και όπως φαίνεται στις εικόνες 5.1-5.4 χρησιμοποιούν διάφορες παραλλαγές, από wingtip fences (κυρίως στα Airbus) μέχρι blended winglets (κυρίως στα Boeing), sharklets (Airbus) καθώς συνδυασμούς αυτών των κατηγοριών.



Εικόνα 5. 1 Τα wingtip fences των Airbus A300, A310, A319/320/321 και A380

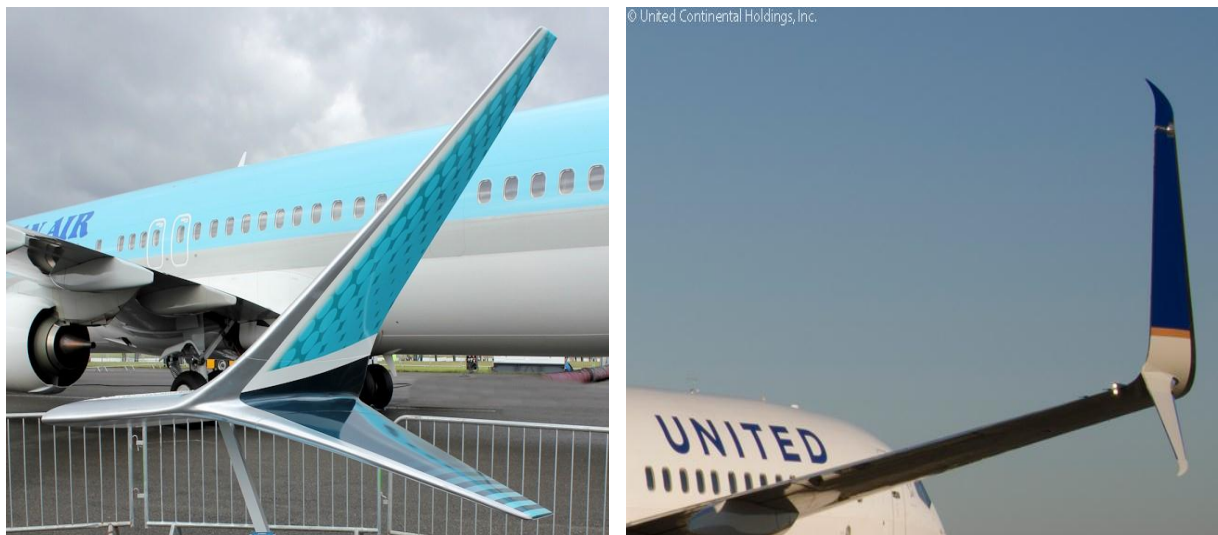
Τα wingtip fences στην Εικόνα 5.1 χρησιμοποιούνται κυρίως από την Airbus αλλά δεν έγινε η εν λόγω παραμετρική ανάλυση σε αυτόν τον τύπο σχεδίου. Παρακάτω (Εικόνα 5.2) παρουσιάζονται τα blended winglets που χρησιμοποιούνται τόσο από την Boeing όσο και από την Airbus.



Εικόνα 5. 2 Το blended winglet από Boeing 737/700&800

Αυτός ο τύπος των winglets παραμετροποιήθηκε σχεδιαστικά και αναλύθηκε αεροδυναμικά μέσω του GENUVP. Τα αποτελέσματα αυτής της ανάλυσης παρουσιάζονται

στην επόμενη παράγραφο. Έπειτα παρατίθενται (Εικόνα 5.3) δύο νέοι τύποι winglet της Boeing (split winglets) που εκτίνονται εκατέρωθεν της πτέρυγας (δηλαδή πάνω και κάτω από αυτήν).



Εικόνα 5.3 Τα split winglets της Boeing

Τέλος, παρουσιάζεται ένα άλλο νέο είδος winglet, το λεγόμενο sharklet, που έχει αρκετά καμπυλωμένο σχήμα, μεγάλη οπισθόκλιση και μοιάζει αρκετά με την γεωμετρία του HECS I με τη διαφορά ότι εκτείνεται προς τα πάνω (όπως τα συνηθισμένα winglets) και δεν έχει τόσο μικρή χορδή στην άκρη του, ενδεχομένως για κατασκευαστικούς λόγους (Εικόνα 5.4).



Εικόνα 5.4 Το sharklet του νέου Airbus A350 XWB

Υπενθυμίζουμε ότι (Παράγραφος 4.3) αυτό το σχέδιο (HECS I) με βάση το πείραμα “*Aerodynamic Comparison of Hyper-Elliptic Cambered Span (HECS) Wings with Conventional Configurations*” είχε καλύτερο λόγο άνωσης προς αντίσταση $L/D_{HECS I} = 27.38$ σε σχέση με τον αντίστοιχο των blended winglets $L/D_{Winglet 2} = 26.26$.

5.2. Βασικές παράμετροι σχεδιασμού των Winglets

Σε αυτή τη παράγραφο θα παρουσιαστούν οι κυριότερες σχεδιαστικές παράμετροι που καλούνται να καθορίσουν οι σχεδιαστές των winglets καθώς και ποιες είναι οι συνήθεις επιλογές τους όπως αυτές εφαρμόζονται στα σύγχρονα επιβατικά αεροσκάφη. Όπως αναφέρθηκε στην Παράγραφο 5.1, ο τύπος των winglet που παραμετροποιήθηκε είναι αυτός των blended winglets.

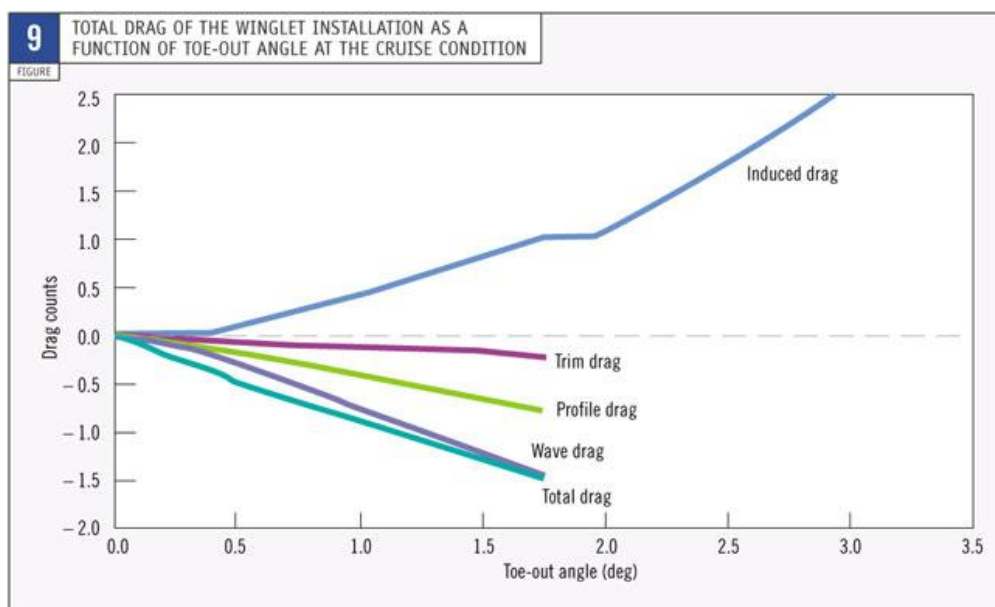
Εκτός από την επιλογή της αεροτομής, υπάρχουν πέντε βασικές παράμετροι που πρέπει να επιλεγούν για την βελτιστοποίηση των winglets:

- Γωνία cant
- Κατανομή συστροφής (twist distribution)
- Γωνία οπισθόκλισης (sweepback)
- Λόγος στένωσης (taper ratio)
- Γωνία toe

5.2.1. Η γωνία toe

Αρχικά πρέπει να καθοριστεί η γωνία toe στην οποία θα τοποθετηθεί το winglet. Αυτή η γωνία ελέγχει την ολική φόρτιση στο winglet, καθώς και την συνολική του επίδραση στην κατανομή της φόρτισης στην πτέρυγα. Καθώς η γωνία προσβολής του winglet είναι συνάρτηση του συντελεστή άνωσης της πτέρυγας, η επιλογή της γωνίας toe μπορεί να είναι πραγματικά βέλτιστη για μία μόνο κατάσταση πτήσης. Ωστόσο, ο καθορισμός αυτής της γωνίας για την επίτευξη της καλύτερης απόδοσης για ολόκληρη την πτήση είναι πιθανόν το πιο σημαντικό στοιχείο του σχεδιασμού.

Σύμφωνα με τις πληροφορίες που μας διαθέτει η Boeing [8], η αρχική ρύθμιση του winglet με μηδενική γωνία toe σχεδιάστηκε ώστε να ελαχιστοποιηθεί η επαγόμενη αντίσταση αλλά οδήγησε σε μεγάλα φορτία στην πτέρυγα. Ως εκ τούτου, εφαρμόστηκε γωνία 2 μοιρών (προς τα έξω) ώστε να μειωθούν οι καμπτικές φορτίσεις στην πτέρυγα. Αυτή η γωνία toe παρόλο που μείωσε τα φορτία δεν αύξησε την αντίσταση κατά την πτήση. Το διάγραμμα στο Σχήμα 5.1 δείχνει μία πτώση της συνολικής αντίστασης με την εγκατάσταση του winglet σαν συνάρτηση της γωνίας toe σε συνθήκη πτήσης. Η αύξηση της επαγόμενης αντίστασης από την αποφόρτιση του winglet αντισταθμίστηκε από την μείωση των επιμέρους αεροδυναμικών αντιστάσεων (trim, profile και wave). Για αυτή τη γωνία toe η επαγόμενη άνοση δεν αλλάζει σημαντικά όταν τα flaps είναι κατεβασμένα. Η επαγόμενη αντίσταση όμως είναι αρκετά μεγαλύτερη με κατεβασμένα τα flaps κατά την προσγείωση και την απογείωση από ότι στην κυρίως πτήση (κρουαζιέρα) εξαιτίας της μεγαλύτερης άνωσης της πτέρυγας. Παρόλα αυτά, αυτή η απώλεια στην βελτιωμένη απόδοση με κατεβασμένα τα flaps εκτιμήθηκε σαν αποδεκτή ανταλλαγή εξαιτίας των μειωμένων δομικών τροποποιήσεων που απαιτεί.



Σχήμα 5.1 Η μείωση της αντίστασης σαν συνάρτηση της γωνίας toe

5.2.2. Η γωνία cant

Η επιλογή για γωνία cant προέκυψε από μία ασυνήθιστη διαπίστωση στα ανεμόπτερα: τα στενά και αρκετά ευλύγιστα φτερά τους δημιουργούν μία γωνία στο ακροπτερύγιο κατά την πτήση η οποία μπορεί να φτάσει και τις 30 μοίρες σε μερικά από αυτά. Μια πιο κοινή γωνία για ένα μοντέρνο σκάφος 15 μέτρων είναι 7-12 μοίρες. Στα winglets με γωνία cant 0 μοίρες (δηλαδή με ορθή γωνία προς την πτέρυγα), καθώς το φτερό κάμπτεται, το winglet δημιουργεί ένα πλευρικό φορτίο (σε σχέση με την διεύθυνση πτήσης) το οποίο έχει μια συνιστώσα προς τα κάτω (αντίθετη δηλαδή με την κατεύθυνση της άνωσης). Αυτό είναι προφανώς μη επιθυμητό καθώς το winglet παράγει επιπλέον αντίσταση αφού αυξάνει το βάρος του αεροσκάφους. Έτσι μια πιο λογική προσέγγιση είναι να τοποθετηθεί το winglet σε μια γωνία cant κοντά στο 0 συν την γωνία παραμόρφωσης του ακροπτερυγίου κατά την πτήση. Επομένως η επιλογή της γωνίας cant εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τις κατασκευαστικές ιδιότητες της πτέρυγας.

5.2.3. Η οπισθόκλιση (sweepback)

Η επιλογή της γωνίας οπισθόκλισης ήταν βασισμένη σε πειραματικές παρατηρήσεις. Αρχικά πιστευόταν ότι η γωνία οπισθόκλισης για το winglet θα έπρεπε να είναι ίση με αυτήν της κυρίως πτέρυγας (0 μοίρες), παρόλα αυτά η εμπειρία δείχνει το αντίθετο. Αν έχουμε ένα κάθετο winglet χωρίς οπισθόκλιση, θα παρατηρηθεί ότι η ρίζα του winglet θα πάθει απώλεια στήριξης (stall) πρώτα ενώ το άκρο θα συνεχίσει κανονικά χωρίς απώλεια στήριξης.

Η βέλτιστη κατάσταση από την αεροδυναμική θεώρηση είναι να έχουμε ένα αεροδυναμικό φορτίο τέτοιο ώστε ολόκληρη η επιφάνεια του winglet να παθαίνει απώλεια στήριξης ομοιόμορφα. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί εφαρμόζοντας οπισθόκλιση στο winglet, το οποίο θα αυξήσει την φόρτιση στο άκρο του. Εξ' αιτίας της απότομης μεταβολής της γωνίας προσβολής του winglet σαν συνάρτηση του ύψους του, μία μεγάλη γωνία προσβολής απαιτείται ώστε να λειτουργεί σωστά το άκρο του. Για τα winglet της Boeing, εφαρμόστηκε

γωνία οπισθόκλισης 30 μοιρών στην ακμή προσβολής ώστε για να επιτευχθεί η επιθυμητή κατάσταση που περιγράφηκε προηγουμένως.

5.2.4. Η κατανομή συστροφής (twist distribution)

Η κατανομή της συστροφής σε ένα winglet είναι κανονικά επιλεγμένη έτσι ώστε να δημιουργείται ομοιόμορφη κατανομή φόρτισης κατά το μήκος του. Καθώς η γωνία προσβολής είναι μεγαλύτερη στη βάση του, το winglet έχει συστροφή προς μεγαλύτερες γωνίες προσβολής όσο πλησιάζουμε στο άκρο του. Αυτό είναι αντίθετο με την γενική μεθοδολογία σχεδιασμού για τις πτέρυγες όπου η γωνία προσβολής μειώνεται κατά το εκπέτασμα (washout).

Ο καθορισμός της βέλτιστης συστροφής για τα winglet της Boeing έγινε επαναληπτικά μέσω πειραμάτων. Κατά την πτητική δοκιμή, η πρώτη παρτίδα των winglet που κατασκευάστηκαν έπαθε απώλεια στήριξης πρώτα στην ρίζα τους με προοδευτική επέκταση αυτής προς το άκρο. Εφαρμόζοντας την συστροφή (αυξάνοντας τη γωνία προσβολής προς το άκρο), ολόκληρη η επιφάνεια του winglet μπορούσε να πάθει απώλεια στήριξης ταυτόχρονα που είναι και το επιθυμητό. Διαπιστώθηκε ότι 2 μοίρες συστροφής από την ρίζα στο άκρο είναι το βέλτιστο. Το δεύτερο όφελος από την θετική συστροφή στα winglets είναι ότι η απόδοσή του στις υψηλές ταχύτητες είναι βελτιωμένη γιατί υπάρχει μικρότερη πιθανότητα δημιουργίας αποκόλλησης στην εξωτερική του επιφάνεια σε χαμηλές γωνίες προσβολής από σε σχέση με τις μεγαλύτερες που δημιουργεί η θετική συστροφή.

5.2.5. Ο λόγος στένωσης (taper ratio)

Εκ πρώτης όψεως θα μπορούσε να υποθέσει κανείς ότι το winglet μπορεί να σχεδιαστεί ως μία επέκταση της πτέρυγας και έτσι το βέλτιστο winglet θα ήταν μια ομαλή στροφή της πτέρυγας από οριζόντια σε κάθετη. Τα πειράματα όμως δεν συμφωνούν με αυτή την απλοϊκή υπόθεση. Εάν η χορδή στη ρίζα του winglet είναι ίση με τη χορδή στο άκρο της πτέρυγας (δηλαδή το winglet είναι απλά συνέχεια της πτέρυγας) τότε η γωνία προσβολής στο άκρο θα είναι μικρή. Το αποτέλεσμα θα είναι ότι σε μεγάλες ταχύτητες, η γωνία προσβολής δε θα είναι επαρκής ώστε να αποφευχθεί η αποκόλληση από την εξωτερική πλευρά του winglet (κάτω πλευρά της αεροτομής). Επιπροσθέτως, καθώς χρειάζεται να υπάρχει γωνία toe προς τα έξω μερικές μοίρες (βλ. Παράγραφο 5.2.1), είναι επιθυμητό να υπάρχει μια επαγόμενη στροβιλότητα γύρω από το ακροπερύγιο ώστε να αυξηθεί η γωνία προσβολής για το winglet σε κάθε ταχύτητα πτήσης. Δηλαδή η σχετικά απότομη μεταβολή της χορδής από το τέλος της πτέρυγας στη ρίζα του winglet παράγει μια επιθυμητή στροβιλότητα που λειτουργεί σαν ανώρρευμα για το winglet αποτρέποντας έτσι την αποκόλληση στην εξωτερική του πλευρά.

Η επιλογή της χορδής στην ρίζα του winglet είναι επίσης περιορισμένη από την χορδή στο άκρο της πτέρυγας και από τα φαινόμενα που σχετίζονται με τον αριθμό Reynolds. Μία πολύ μικρή χορδή στο winglet μπορεί να οδηγήσει σε αποκόλληση του οριακού στρώματος και υψηλή αντίσταση (λόγω του μικρού αριθμού Reynolds).

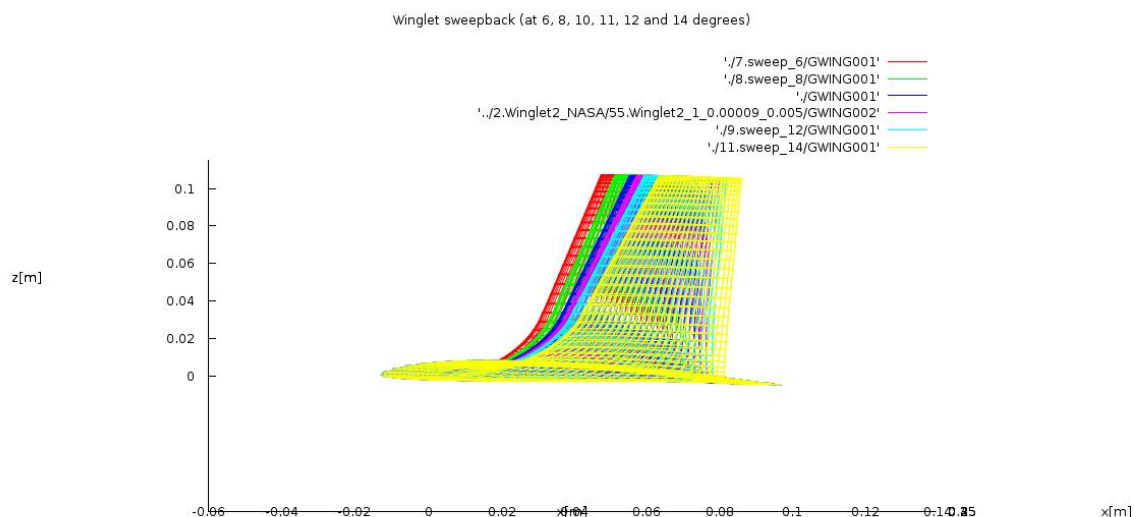
Η επίδραση του λόγου στένωσης στις γωνίες προσβολής και οι βέλτιστες κατανομές συστροφής έχουν αναλυθεί σε θεωρητικό επίπεδο στην διδακτορική διατριβή του K.H. Horstmann. Η διατριβή του έδειξε ότι καθώς ο λόγος στένωσης αυξάνει, η βέλτιστη κατανομή συστροφής για το winglet αλλάζει περισσότερο γραμμικά από την ρίζα στο άκρο του. Από κατασκευαστικής άποψης είναι ευκολότερο και πιο ακριβές να φτιαχτεί ένα winglet

με γραμμική κατανομή γωνίας συστροφής κατα το μήκος του. Επίσης γίνεται προσπάθεια μεγιστοποίησης της χορδής στο ακροπτερύγιο έτσι ώστε να αυξηθεί ο αριθμός Reynolds. Έτσι, επιλέχθηκε από την Boeing λόγος στένωσης 0.6.

5.3. Η παραμετρική ανάλυση των Winglets μέσω του GENUVP

Οι νέες γεωμετρίες που δημιουργήθηκαν είναι βασισμένες στο Winglet 2 όπως αυτό παρουσιάστηκε σχεδιαστικά στην Παράγραφο 4.2.2 και αεροδυναμικά στην Παράγραφο 4.3. Αυτό έγινε έτσι ώστε τα αποτελέσματα που θα παρουσιαστούν να είναι άμεσα συγκρίσιμα με αυτά του Winglet 2 το οποίο εκτός από την πειραματική δοκιμή έχει και υπολογιστική επαλήθευση όπως αναλύθηκε εκτενώς στην Παράγραφο 4.3. Με αυτόν τον τρόπο προσπαθήσαμε να έχουμε όσο το δυνατόν μεγαλύτερη αξιοπιστία στα αποτελέσματα της παραμετρικής ανάλυσης. Οι παράμετροι που αναλύθηκαν είναι οι γεωμετρικές γωνίες sweep, toe και cant όπως αυτές περιγράφηκαν στις προηγούμενες ενότητες. Με τη βοήθεια του σχεδιαστικού προγράμματος θα μπορούσαν να δημιουργηθούν και παραλλαγές ως προς τον λόγο στένωσης, την αεροτομή, το εκπέτασμα κ.λπ. (πιο αναλυτικά στην Παράγραφο 3.2) αλλά σε αυτή τη περίπτωση δεν θα ήταν άμεση η σύγκριση με το Winglet 2 γιατί θα άλλαζε η βρεχόμενη επιφάνεια της γεωμετρίας.

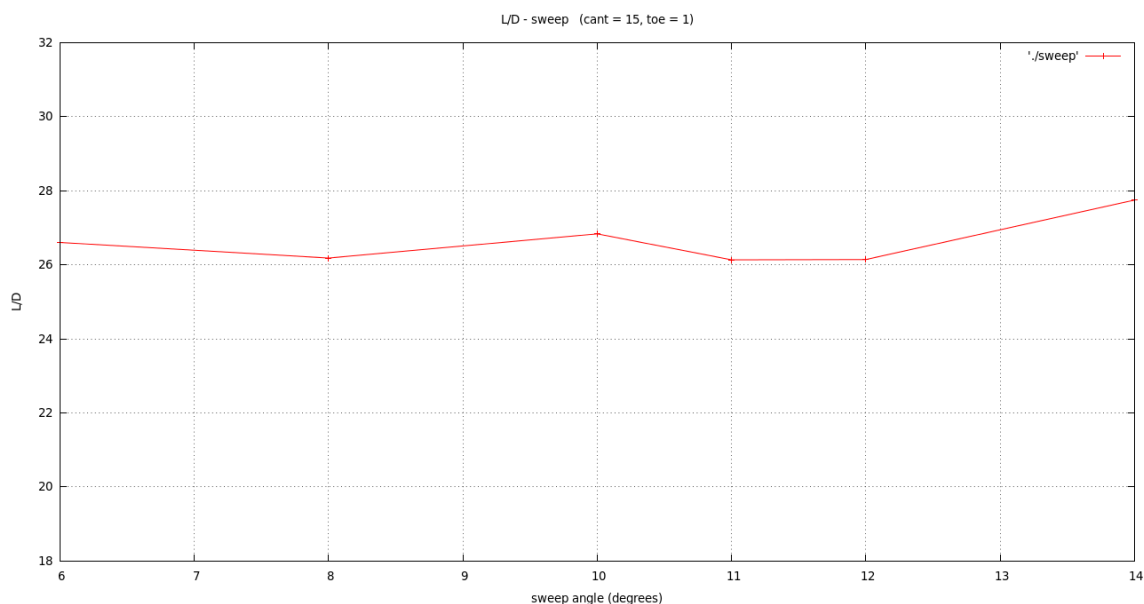
Αρχικά παρουσιάζεται η ανάλυση που έγινε για την γωνία οπισθόκλισης του winglet (sweepback). Όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.2 έχουν δημιουργηθεί γεωμετρίες με γωνία οπισθόκλισης (της γενέτειρας στο C/4) 6, 8, 10, 11, 12 και 14 μοίρες. Τονίζεται ότι η σύγκριση με τις γωνίες οπισθόκλισης πραγματικών εφαρμογών (βλ. Παράγραφο 5.2.3) πρέπει να γίνεται όχι ως προς το C/4 αλλά ως προς την ακμή προσβολής (LE). Αναφορικά η γωνία των 11 μοιρών αντιστοιχεί σε γωνία οπισθόκλισης του LE 25.11 μοιρών οπότε οι παραλλαγές αυτές είναι πολύ κοντά σε ένα πραγματικό winglet.



Σχήμα 5.2 Οι 6 διαφορετικές γωνίες οπισθόκλισης

Σημειώνεται ότι οι υπόλοιπες γεωμετρικές παράμετροι (γωνίες cant και toe, λόγος στένωσης, εκπέτασμα κλπ) παρέμειναν ίδιες με αυτές του Winglet 2 ώστε να είναι άμεση η

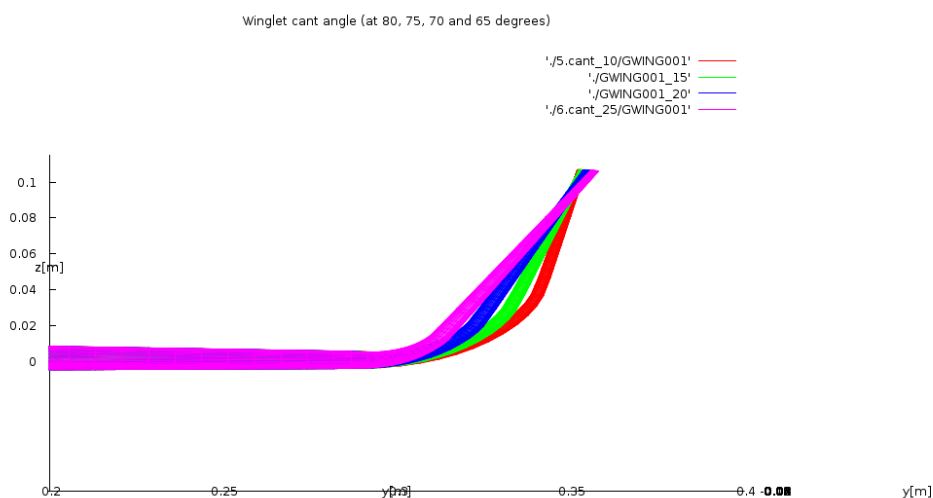
σύγκριση για την αεροδυναμική του απόδοση (L/D) συναρτήσει μόνο της γωνίας sweep. Το ίδιο έγινε και για τις άλλες δύο μεταβλητές που παραμετροποιήθηκαν (γωνία cant και toe). Στο παρακάτω διάγραμμα (Σχήμα 5.3) παρουσιάζεται το αποτέλεσμα αυτής της ανάλυσης



Σχήμα 5.3 Ο λόγος άνωσης προς αντίσταση (L/D) για τις 6 διαφορετικές γωνίες οπισθόκλισης

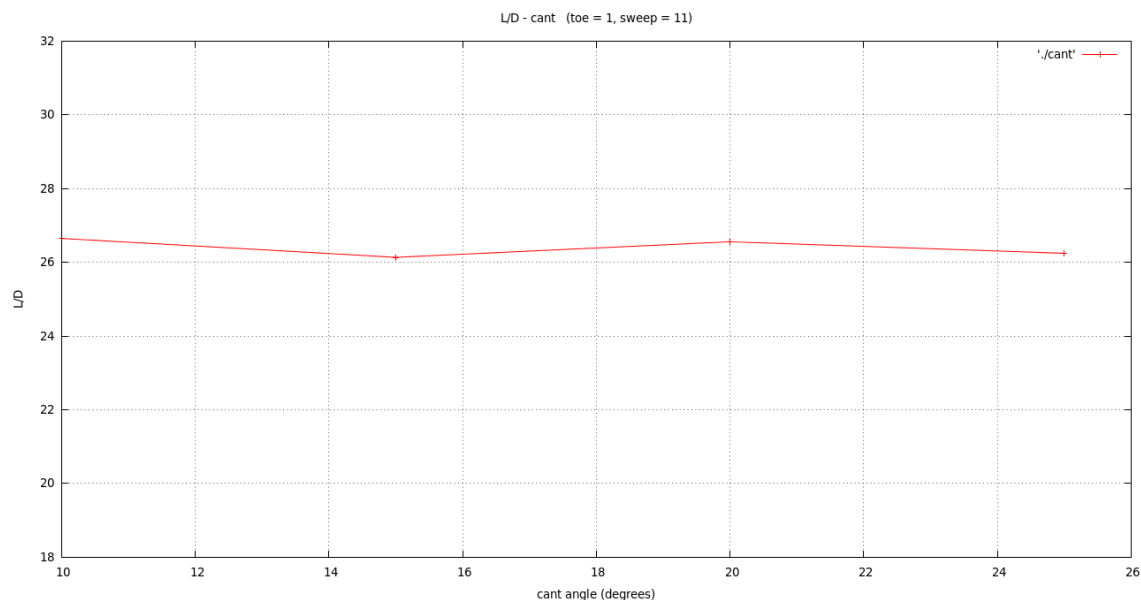
Όπως γίνεται αντιληπτό από το διάγραμμα η γωνία οπισθόκλισης δε φαίνεται να επηρεάζει σημαντικά την απόδοση του winglet και οι μεταβολές στο L/D θα μπορούσαν να χαρακτηριστούν αμελητέες. Ενδεχομένως το εύρος 6-12 μοίρες να είναι αδιάφορο για την αεροδυναμική απόδοση γιατί όπως φαίνεται υπάρχει μια τάση αύξησης του L/D στις 14 μοίρες και ίσως μεγαλύτερη γωνία οπισθόκλισης να αυξάνει περαιτέρω την απόδοση.

Η επόμενη μεταβλητή που εξετάστηκε ήταν η γωνία cant. Κρατώντας σταθερές τις υπόλοιπες παραμέτρους παράχθηκαν οι παρακάτω γεωμετρίες (Σχήμα 5.4).



Σχήμα 5.4 Οι 4 παραλλαγές της γωνίας cant

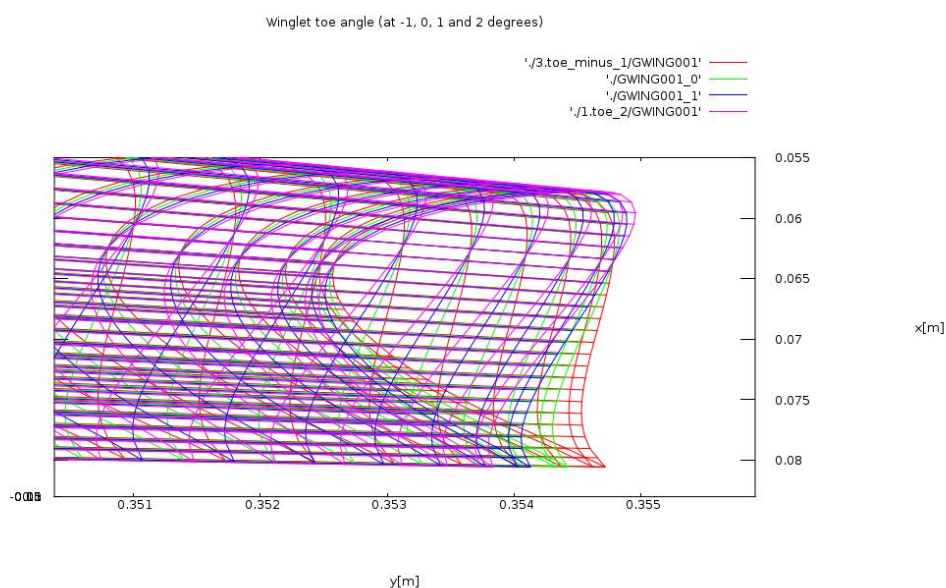
Οι γωνίες cant που εξετάστηκαν μετρώνται από την κατακόρυφο (άξονας z) και είναι 10, 15 που ήταν αυτή του Winglet 2, 20 και 25 μοίρες. Βασικός στόχος ήταν να μην αλλάξει το εκπέτασμα της πτέρυγας και έτσι δημιουργήθηκαν οι γεωμετρίες του σχήματος 5.4. Η αεροδυναμική τους απόδοση φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα (Σχήμα 5.5).



Σχήμα 5.5 Ο λόγος άνωσης προς αντίσταση (L/D) για τις 4 διαφορετικές γωνίες cant

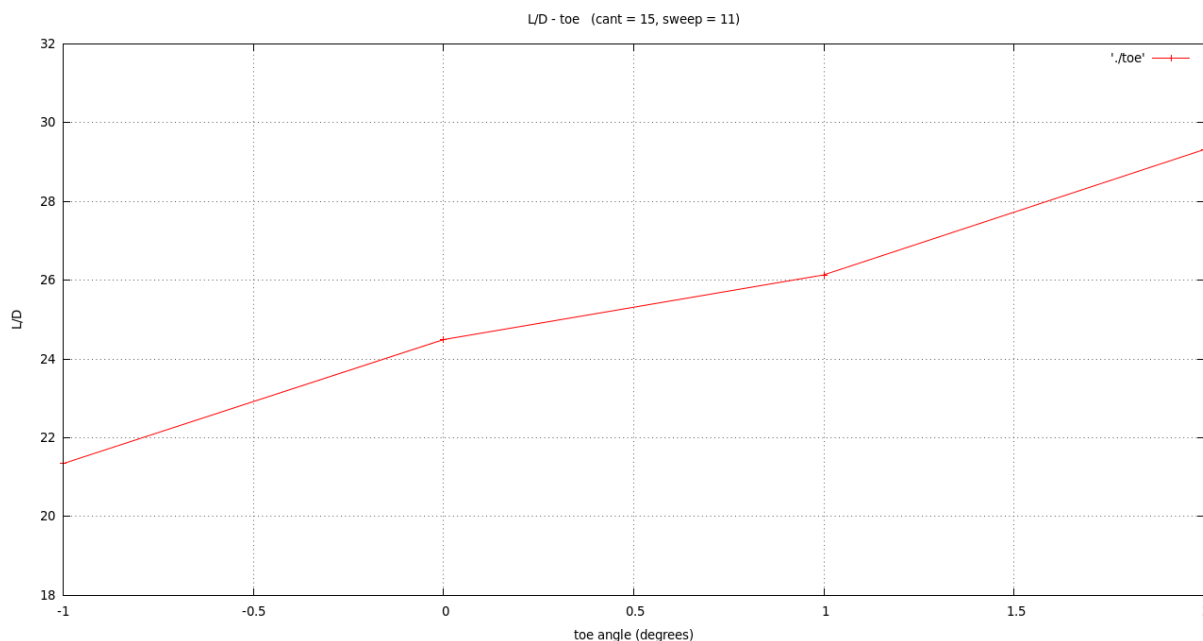
Σε αυτή τη παραμετροποίηση οι μεταβολές στο L/D συναρτήσει της γωνίας είναι ακόμα μικρότερες και αυτό εξηγείται εν μέρει με βάση την Παράγραφο 5.2.2 όπου όπως αναφέρθηκε η γωνία cant δημιουργήθηκε ώστε να μην έχουμε συνιστώσα αντίθετη στην άνωση (downforce) από τις δυνάμεις που ασκούνται στο winglet όταν η πτέρυγα έχει διέδρη γωνία.

Η τρίτη παράμετρος που εξετάστηκε ήταν η γωνία toe. Κατά παρόμοιο τρόπο παράχθηκαν οι γεωμετρικές παραλλαγές των οποίων δείχνεται η κάτοψη (Σχήμα 5.6).



Σχήμα 5.6 Οι 4 παραλλαγές της γωνίας toe

Ως θετική γωνία toe (ή toe out όπως αναφέρεται στη βιβλιογραφία) ορίζεται η στροφή του winglet κατά την ωρολογιακή φορά αναφερόμενοι στην παραπάνω κάτοψη (δηλαδή οι γεωμετρίες με μπλε και μωβ χρώμα). Με βάση αυτόν τον ορισμό, θετική γωνία toe είναι αυτή για την οποία οι αεροτομές έχουν αρνητική γωνία προσβολής ως προς την επ' άπειρο ταχύτητα. Παρακάτω παρατίθεται η αεροδυναμική απόδοση του winglet συναρτήσει αυτής της γωνίας (Σχήμα 5.7).



Σχήμα 5.7 Ο λόγος άνωσης προς αντίσταση (L/D) για τις 4 διαφορετικές γωνίες toe

Σε αντίθεση με τις προηγούμενες δύο μεταβλητές, η γωνία toe επηρεάζει και μάλιστα σημαντικά τον λόγο άνωσης προς αντίσταση της πτέρυγας. Αυτό έρχεται σε συμφωνία και με τις εμπειρικές παρατηρήσεις της Παραγράφου 5.2.1 όπου αναφέρεται ότι η γωνία toe αποτελεί ίσως το πιο σημαντικό στοιχείο σχεδιασμού για το winglet. Με βάση το διάγραμμα, τοποθετώντας το winglet σε θετική γωνία toe αυξάνεται το L/D. Όμως περεταίρω αύξηση της γωνίας toe δεν θεωρήθηκε σκόπιμη γιατί όπως αναφέρθηκε υπάρχει κίνδυνος δημιουργίας αποκόλλησης στην εξωτερική πλευρά του winglet κάτι το οποίο μια μη συνεκτική μέθοδος προσομοίωσης όπως το GENUVP δεν δύναται να προλέξει με ότι αυτό συνεπάγεται για την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων για μεγαλύτερες γωνίες toe.

Τέλος παράχθηκε μια γεωμετρία με βάση τις βέλτιστες αποδόσεις των επιμέρους παραμέτρων δηλαδή με γωνία toe=2 μοίρες, γωνία cant=10 μοίρες και γωνία sweep=14 μοίρες δίνοντας L/D=28.29.

Κεφάλαιο 6: Αποτίμηση της εργασίας

6.1. Συμπεράσματα

Σε αυτήν τη διπλωματική εργασία έγινε η αεροδυναμική μελέτη πτερύγων με Winglet με τη χρήση στοιχείων στροβιλότητας (ασυμπίεστο μη συνεκτικό ρευστό) και η αξιολόγηση της μεθόδου.

Αρχικά διαπιστώθηκε ότι η μέθοδος (GENUVP) μπορεί να δώσει αξιόπιστα αποτελέσματα για μία πτέρυγα με winglet (Winglet 2), τόσο όσον αφορά την πρόλεξη της φόρτισης L/D , όσο και για το πεδίο ροής κατάντι.

Είναι σημαντικό ότι εκτός από την άνωση, που υπολογίζεται σωστά και χωρίς τις συνεκτικές διορθώσεις, καταφέραμε να υπολογίσουμε και την αντίσταση της πτέρυγας. Η αντίσταση είναι ένα καθαρά συνεκτικό μέγεθος και ο υπολογισμός της βασίζεται εξ'ολοκλήρου στην ποιότητα των συνεκτικών διορθώσεων που μπορεί να μας δώσει το XFOIL. Προυποθέτει ότι τα χαρακτηριστικά της εξεταζόμενης ροής (Re) βρίσκονται εντός των δυνατοτήτων πρόλεξης του XFOIL.

Χάρη στις αρκετές αριθμητικές δοκιμές που έγιναν στα εξεταζόμενα προβλήματα πτερύγων, είδαμε πολύ σφαιρικά το θέμα των παραμέτρων του αρχείου εισόδου του GENUVP, εξάγοντας χρήσιμες κατευθύνσεις για όποιον θελήσει να χρησιμοποιήσει τον εν λόγω κώδικα.

Στην όλη προσπάθεια της προσομοίωσης του πειράματος σημαντικό ρόλο έπαιξε και η κατασκευή του γεωμετρικού πλέγματος το οποίο έπρεπε να παραμετροποιηθεί όσο το δυνατόν περισσότερο. Έτσι χάρη στους κώδικες που παρατίθενται στο παράρτημα μπορούμε να πούμε ότι είναι δυνατή η κατασκευή επιφανειακού πλέγματος σχεδόν κάθε πτέρυγας με blended winglet.

Έχοντας εξασφαλίσει ότι η πρόλεξη για την πτέρυγα Winglet-2 είναι αξιόπιστη, κάναμε μία διερεύνηση της ευαισθησίας της απόδοσής της σε μικρές μεταβολές των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του winglet. Προέκυψε ότι μικρή μεταβολή στη γωνία toe επηρεάζει σημαντικά την αεροδυναμική απόδοσή τους (L/D) ενώ οι μικρές μεταβολές στις γωνίες $cant$ και $sweep$ έχουν αμελητέα επίδραση.

6.2. Προτάσεις για μελλοντική έρευνα

Περαιτερω παραμετρική ανάλυση και βελτιστοποίηση των winglets

Όπως αναφέρθηκε, εκτός από τις τρεις γωνίες (cant, sweep και toe) που αναλύθηκαν στο 5^ο Κεφάλαιο μπορούν να σχεδιαστούν και πτέρυγες αλλάζοντας περισσότερες παραμέτρους όπως την αεροτομή, τον λόγο στένωσης κ.α. και ενδεχομένως χρησιμοποιώντας πολύ μεγαλύτερη υπολογιστική ισχύ, όλο αυτό να γίνει στα πλαίσια μιας στοχαστικής ή ντετερμινιστικής βελτιστοποίησης.

Δημιουργία και προσομοίωση διαφορετικών τύπων winglet

Έχοντας σαν βάση το σχεδιαστικό πρόγραμμα που αναπτύχθηκε και αξιοποιώντας την δυνατότητα του GENUVP να επιλύει γεωμετρίες με πολλά σώματα, είναι δυνατή η προσομοίωση των split winglets ως δύο ή περισσότερα σώματα τα οποία είναι ενωμένα.

Εφαρμογές βιομιμητικής (φτερά πτηνών, πτερύγια θαλάσσιων θηλαστικών)

Η γεωμετρία του HECS I που αναλύθηκε είναι εμπνευσμένη από τα φτερά των πτηνών. Έτσι δημιουργώντας περιοδικό μοντέλο κίνησης και εισάγοντάς το στο GENUVP (κάτι που είναι σχετικά απλό), μπορεί να προσομοιωθεί η ροή πίσω από τα φτερά ενός πτηνού ή ενός πτερυγίου ψαριού καθώς και οι δυνάμεις που ασκούνται σε αυτά.

Βιβλιογραφία

- [1] "William E. "Billie" Somerville 1869-1950". flavhalloffame.org. Retrieved November 13, 2010.
- [2] The design of winglets for low-speed aircraft, Mark D. Maughmer, The Pennsylvania State University
- [3] Θεωρητική και Αριθμητική Ανάλυση Τρισδιάστατων Υποηχητικών Ροών Μη Συνεκτικού Ρευστού, Σπύρος Βουτσινάς, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Τομέας Ρευστών ΕΜΠ, Αθήνα 1990
- [4] Ανάλυση Συμπεριφοράς Αξονικού Δρομέα σε Μόνιμες και Μεταβατικές Καταστάσεις Λειτουργίας, Πέτρος Ι. Χασαπογιάννης, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Τομέας Ρευστών ΕΜΠ, Αθήνα 2005
- [5] Aerodynamic Comparison of Hyper-Elliptic Cambered Span (HECS) Wings with Conventional Configurations, Barry S. Lazos, Kenneth D. Visser, NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia 2002
- [6] Biologically Inspired Fixed-Wing Configuration Studies, Barry S. Lazos, NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia 10/2005
- [7] Αεροδυναμική ανάλυση σταθερών πτερύγων και περιστροφόμενων πτερυγίων με κυρτό άκρο (Winglet), Κ. Κουλουράς, Αθήνα 2012
- [8] **Blended Winglets** for improved airplane performance. R. Faye, R. Laprete, M. Winter, Boeing